



## Задания для 8 класса

1. Министерство Правды заявило, что за январь занятость населения Океании упала на 15% от предыдущего уровня, а безработица выросла на 10% от предыдущего уровня. Какова теперь безработица в Океании, согласно заявлению Министерства? (Занятость — доля трудоспособного населения, имеющего работу, а безработица — не имеющего.)
2. Ася поделила любимое число Васи на свое любимое число, Буся поделила любимое число Васи *на свое* любимое число. Затем обе девочки записали на доску делитель, неполное частное и остаток. Пять чисел на доске — это 2020, 2020, 2021, 2021, 2021. Можно ли однозначно определить шестое?
3. У курфюрста Георга 100 монет, некоторые из них фальшивые (возможно, все или ни одной). Георг может показывать от 10 до 20 монет эксперту, и тот будет говорить, сколько из них фальшивых. Проблема в том, что единственный на всю округу эксперт — барон Мюнхгаузен, а он привирает: результат, названный бароном, всегда больше истинного на некоторое фиксированное (и неизвестное Георгу) натуральное число. Барона не смущает, что он может сказать, например, «тринадцать», если ему дали всего двенадцать монет. Сможет ли Георг гарантированно выяснить, какие монеты фальшивые, обратившись к эксперту меньше 120 раз?
4. В ряд стоят 50 мальчиков и 50 девочек в каком-то порядке. В этом ряду имеется ровно одна группа из 30 детей, стоящих подряд, в которой мальчиков и девочек поровну. Докажите, что найдётся группа из 70 детей подряд, в которой мальчиков и девочек также поровну.
5. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  прямой. На стороне  $BC$  отмечена середина  $M$ , а на гипотенузе нашлась такая точка  $K$ , что  $AB = AK$  и  $\angle BKM = 45^\circ$ . Кроме этого, на сторонах  $AB$  и  $AC$  нашлись такие точки  $N$  и  $L$  соответственно, что  $BC = CL$  и  $\angle BLN = 45^\circ$ . В каком отношении точка  $N$  делит сторону  $AB$ ?
6. Двое по очереди ставят на доску  $2021 \times 2021$  неперекрывающиеся домино, закрывающие по две клетки. Задача второго — покрыть домино всю доску, кроме одной клетки, задача первого — помешать ему. Кто может обеспечить себе выигрыш?
7. Миша придумал два составных числа:  $a$  и  $b$ . На доску в левый столбец он выписал все собственные натуральные делители числа  $a$ , в правый столбец — все собственные натуральные делители числа  $b$ . Одинаковых чисел на доске не оказалось. Миша хочет, чтобы число  $a + b$  не делилось ни на одну сумму двух чисел из разных столбцов. Докажите, что ему для этого достаточно стереть не более половины чисел из каждого столбца. (Делитель числа называется собственным, если он отличается от 1 и самого числа.)