



## Задания для 7 класса

1. Министерство Правды заявило, что за январь занятость населения Океании упала на 15% от предыдущего уровня, а безработица выросла на 10% от предыдущего уровня. Какова теперь безработица в Океании, согласно заявлению Министерства? (Занятость — доля трудоспособного населения, имеющего работу, а безработица — не имеющего.)
2. Сумма факториалов трёх подряд идущих натуральных чисел делится на 61. Докажите, что последнее из чисел никак не меньше, чем 61. (Факториал числа  $n$  — это произведение всех чисел от 1 до  $n$  включительно.)
3. Таня запутала провод от наушников и сфотографировала узел, поверх которого положила атласную ленту (см. рисунок). Сколько существует вариантов соединения концов провода под лентой?
4. У курфюрста Георга 100 монет, некоторые из них фальшивые (возможно, все или ни одной). Георг может показывать от 10 до 20 монет эксперту, и тот будет говорить, сколько из них фальшивых. Проблема в том, что единственный на всю округу эксперт — барон Мюнхгаузен, а он привирает: результат, названный бароном, всегда больше истинного на некоторое фиксированное (и неизвестное Георгу) натуральное число. Барона не смущает, что он может сказать, например, «тринадцать», если ему дали всего двенадцать монет. Сможет ли Георг гарантированно выяснить, какие монеты фальшивые, обратившись к эксперту меньше 120 раз?
5. Двое по очереди ставят на доску  $2020 \times 2020$  неперекрывающиеся домино, закрывающие по две клетки. Задача второго — покрыть домино всю доску, задача первого — помешать ему. Кто может обеспечить себе выигрыш?
6. В Лимонном царстве 2020 деревень. Некоторые пары деревень соединены напрямик мощёными дорогами. Сеть дорог устроена так, что для любых двух деревень есть ровно один способ переместиться из одной в другую, не проезжая дважды по одной дороге. Агент Апельсин хочет облететь как можно больше деревень на вертолёте. В целях конспирации он не будет посещать одну деревню дважды, и не будет посещать подряд деревни, соединенные дорогой напрямик. Сколько деревень ему гарантированно удастся облететь? Начать он может из любой деревни.
7. Миша придумал два составных числа:  $a$  и  $b$ . На доску в левый столбец он выписал все собственные натуральные делители числа  $a$ , в правый столбец — все собственные натуральные делители числа  $b$ . Одинаковых чисел на доске не оказалось. Миша хочет, чтобы число  $a + b$  не делилось ни на одну сумму двух чисел из разных столбцов. Докажите, что ему для этого достаточно стереть не более половины чисел из каждого столбца. (Делитель числа называется собственным, если он отличается от 1 и самого числа.)

