



Задания для 6 класса

1. Нарисуйте на листе бумаги окружность, квадрат и треугольник так, чтобы после разрезов по нарисованным линиям лист распался на 22 части.
2. У курфюрста Георга 100 монет, некоторые из них фальшивые (возможно, все или ни одной). Георг может показывать от 10 до 20 монет эксперту, и тот будет говорить, сколько из них фальшивых. Проблема в том, что единственный на всю округу эксперт — барон Мюнхгаузен, а он привирает: результат, названный бароном, всегда больше истинного на некоторое фиксированное (и неизвестное Георгу) натуральное число. Барона не смущает, что он может сказать, например, «тринадцать», если ему дали всего двенадцать монет. Сможет ли Георг гарантированно выяснить, какие монеты фальшивые?
3. Упрямый робот «Инвертор» стоит на бесконечной плоскости и смотрит на восток. Этот робот понимает всего две команды: **ШАГ** и **НАЛЕВО**. Когда робот видит команду **ШАГ**, он передвигается вперёд ровно на 1 метр. Когда робот видит команду **НАЛЕВО**, он, оставаясь на месте, поворачивается налево ровно на 90° . Робот называется упрямым потому, что когда в него вводят программу (последовательность команд), то он сначала выполняет всю программу, а затем выполняет эту же программу, инвертируя смысл команд: видя команду **ШАГ**, он выполняет команду **НАЛЕВО** и наоборот. Используя команду **ШАГ** **ровно два** раза и команду **НАЛЕВО** сколько угодно раз, составьте для этого робота такую программу, чтобы после её упрямого выполнения он вернулся в исходную точку и смотрел на восток.
4. Каждый из пяти друзей перемножил несколько последовательных чисел, начиная с 1. Оказалось, что одно из произведений равно сумме четырёх других. Найдите все возможные значения этого произведения и покажите, что других значений нет.
5. За круглым столом сидят 8 гномов, у каждого из которых есть по три алмаза. Каждую минуту гномы одновременно делают следующее: делят все свои алмазы на две кучки (возможно, одна из кучек или обе кучки пустые), затем одну кучку отдают левому соседу, а другую — правому. В некоторый момент все алмазы собрались у трёх гномов. У одного из них семь алмазов. Сколько у двух других?
6. В квадрате 4×4 клетки раскрашены в несколько цветов так, что в любом прямоугольнике 1×3 есть две клетки одного цвета. Какое максимальное количество цветов может быть использовано?
7. В ряд стоят 50 мальчиков и 50 девочек в каком-то порядке. В этом ряду имеется ровно одна группа из 30 детей, стоящих подряд, в которой мальчиков и девочек поровну. Докажите, что найдётся группа из 70 детей подряд, в которой мальчиков и девочек также поровну.