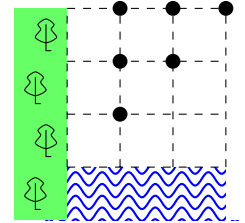




Задания для 5 класса

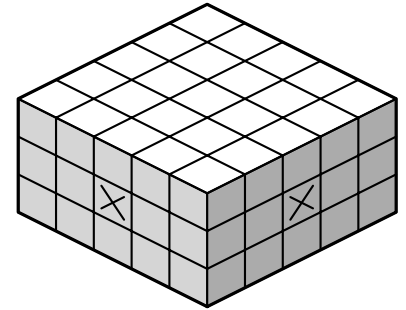
1. В отмеченных точках (см. рисунок) находятся 6 нор. В четырёх норах живут хоббиты: Фродо, Сэм, Мерри и Пиппин. Ещё две норы пустыют, и обе расположены к норе Сэма ближе, чем нора Фродо. А нора Фродо находится ближе к реке, чем нора Мерри, но дальше от лесополосы, чем нора Пиппина. Кто где живёт? Ответ обоснуйте.



2. 31 машина одновременно стартовала из одной точки на круговой трассе: первая машина — со скоростью 61 км/ч, вторая — 62 км/ч, и т. д. (31-я — 91 км/ч). Трасса узкая, и если одна машина на круг обгоняет другую, то они врезаются друг в друга, обе вылетают с трассы и выбывают из гонки. В конце концов осталась одна машина. С какой скоростью она едет?

3. У курфюрста Георга 100 монет, некоторые из них фальшивые (возможно, все или ни одной). Георг может показывать от 10 до 20 монет эксперту, и тот будет говорить, сколько из них фальшивых. Проблема в том, что единственный на всю округу эксперт — барон Мюнхгаузен, а он привирает: результат, названный бароном, всегда больше истинного на некоторое фиксированное (и неизвестное Георгу) натуральное число. Барона не смущает, что он может сказать, например, «тринадцать», если ему дали всего двенадцать монет. Сможет ли Георг гарантированно выяснить, какие монеты фальшивые?

4. Исаак де Казобон хочет удалить из параллелепипеда $5 \times 5 \times 3$ несколько кубиков так, чтобы появилась пещера, выходящая на поверхность только в двух местах: центрах соседних боковых граней (на рисунке они отмечены крестиками). Как это сделать так, чтобы оставшуюся часть параллелепипеда можно было бы сложить из параллелепипедов $1 \times 1 \times 2$?



5. Каждый из пяти друзей перемножил несколько последовательных чисел, начиная с 1. Оказалось, что одно из произведений равно сумме четырёх других. Найдите все возможные значения этого произведения и покажите, что других значений нет.

6. За круглым столом сидят 8 гномов, у каждого из которых есть по три алмаза. Стулья гномов пронумерованы по порядку от 1 до 8. Каждую минуту гномы одновременно делают следующее: делят все свои алмазы на две кучки (возможно, одна из кучек или обе кучки пустые), затем одну кучку отдают левому соседу, а другую — правому. В некоторый момент все алмазы собрались у трёх гномов. У одного из гномов оказалось 7 алмазов. Сколько у каждого из других?

7. Можно ли в равенстве $\text{БАРАНКА} + \text{БАРАБАН} + \text{КАРАБАС} = \text{ПАРАЗИТ}$ заменить все буквы цифрами (одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы разными цифрами), чтобы оно было верным?