

7 класс

1. Словосочетание «три слога» описывает само себя, потому что в нем действительно три слога. Найдите такое числительное, чтобы словосочетание, состоящее из него и слова «буква» в правильном падеже («буква», «буквы» или «букв»), тоже описывало само себя.
2. Алёна вычеркнула из пятизначного числа, делящегося на 99, одну цифру, и оказалось, что получившееся четырёхзначное число снова делится на 99. Какая по порядку цифра могла быть вычеркнута? (Ни исходное, ни получившееся числа не могут начинаться с нуля.)
3. В школе в день Святого Валентина мальчики дарили валентинки девочкам, и наоборот. Каждый мальчик подарил пяти девочкам валентинки. Девочки же оказались скромнее — каждая подарила валентинки всего четырём мальчикам. Пять школьников (три Валентины и два Валентина) получили поровну валентинок, а все остальные школьники — по две валентинки. Докажите, что мальчиков и девочек в школе поровну.
4. Расстояние между двумя дворцами королевства Зенития 4 км. Король повелел построить между ними круглую Арену диаметром 2 км. Докажите, что где бы король ни повелел построить Арену, ГИБДД сможет провести дорогу между дворцами так, чтобы она была не длиннее 6 км.
5. Сумма трех наибольших натуральных делителей натурального числа N в 10 раз больше суммы трёх наименьших его натуральных делителей. Найдите все возможные значения N .
6. На окружности через равные промежутки расставили 33 точки. Соседние точки соединили отрезками так, что получился 33-угольник. Каждую сторону этого 33-угольника покрасили в один из трёх цветов, и оказалось, что отрезков каждого цвета поровну. Докажите, что можно разбить 33-угольник непересекающимися диагоналями на треугольники, покрасив каждую диагональ в один из тех же трёх цветов, чтобы каждый треугольник имел по стороне каждого цвета.
7. Два игрока по очереди выписывают друг за другом единицы или двойки. Тот, после чьего хода сумма нескольких последних цифр станет равной (а) 533; (б) 1000, проиграл. Кто выиграет, если оба игрока будут стремиться к победе?