

6 класс

1. Словосочетание «три слога» описывает само себя, потому что в нем действительно три слога. Найдите такое числительное, чтобы словосочетание, состоящее из него и слова «буква» в правильном падеже («буква», «буквы» или «букв»), тоже описывало само себя.
2. Как-то ночью часы (со стрелками) сломались. Часовая стрелка пошла вдвое быстрее, а минутная — вдвое медленнее, чем они шли изначально. Андрюша проснулся, когда часовая стрелка указывала на 6, а минутная — на 12. Могли ли часы сломаться в полночь?
3. Можно ли в каждую клетку шахматной доски поставить ладью, коня или слона так, чтобы ладьи били только коней, кони — только слонов, а слоны — только ладей?
4. В школе в день Святого Валентина мальчики дарили валентинки девочкам, и наоборот. Каждый мальчик подарил пяти девочкам валентинки с признанием в любви. Девочки же оказались гораздо скромнее: каждая подарила валентинки с признанием в любви всего четырём мальчикам. Пять школьников (три Валентины и два Валентина) получили поровну валентинок, а все остальные школьники — по две валентинки. Докажите, что мальчиков и девочек в школе поровну.
5. Натуральное число n таково, что сумма четырёх его некоторых различных натуральных делителей (возможно, включая само это число) равна $2n$. Чему может быть равна сумма четырёх наименьших натуральных делителей этого числа? Перечислите все варианты ответа и докажите, что других нет.
6. Каждый мальчик дружит с 5 девочками, а все девочки — с разным числом мальчиков. Какое наименьшее количество детей может быть в этой компании?
7. По одиннадцатикилометровой круговой трассе ездит много машин с постоянной скоростью 120 км/ч. В одном злополучном месте дороги стоит электронный полицейский. В каждый момент его жезл может находиться в одном из двух положений: поднятом или опущенном. Если машина проезжает мимо электронного полицейского с опущенным жезлом, она мгновенно сбрасывает скорость до 60 км/ч, а через минуту мгновенно разгоняется обратно. Если же жезл поднят, машина мгновенно останавливается, а через минуту срывается с места с первоначальной скоростью. Электронным полицейским управляет программист, который не видит расположения машин на дороге. Докажите, что программист может записать такую последовательность команд полицейского (сколько минут стоять с поднятым жезлом, затем — сколько с опущенным, и т. д.), чтобы сразу после последней команды все машины на трассе остановились.