

5 класс

1. В доме 300 квартир. В квартирах, номера которых делятся на 5, живут кошки, а в остальных квартирах кошек нет. Если же сумма цифр номера квартиры делится на 5, то в такой квартире обязательно живёт собака, а в остальных квартирах собак нет. Сколько квартир, в которых живут и кошка, и собака?
2. Существует ли такая клетчатая фигурка, из которой можно вырезать ровно 7 клеток так, чтобы оставшаяся часть не развалилась на два куска, и можно семью способами вырезать всего по одной клетке так, чтобы оставшаяся часть развалилась? Если два куска касаются только уголком, то они разваливаются.
3. Мила писала в прописях буквы М и Л. В конце она сосчитала, что 59 раз буква совпала с предыдущей, а 40 раз — не совпала. Определите, какое наибольшее число букв М могла написать Мила, и докажите, что оно действительно наибольшее.
4. Можно ли расставить целые числа от 2 до 17 в табличку 4×4 так, чтобы суммы во всех строках были равны и ни в какой строке не было двух чисел, делящихся одно на другое?
5. На столе лежат 20 шоколадных конфет. Маша и Медведь играют в игру по следующим правилам. Игроки ходят по очереди. За один ход можно взять одну или несколько конфет со стола и съесть их. Первой ходит Маша, но на этом ходу ей нельзя брать все конфеты. Во всех остальных ходах игрокам нельзя брать больше конфет, чем кто-либо уже брал за один ход. Выигрывает тот, кто возьмёт последнюю конфету. За это он получит целый торт! Кто из игроков может обеспечить себе победу?
6. Никита выписывает числа одно за другим по следующему правилу: сначала он пишет три каких-то натуральных числа. Затем повторяет одну и ту же процедуру: складывает три последних числа и дописывает в конец полученную сумму. Может ли Никита написать 9 простых чисел подряд, действуя таким образом?
7. Петя задумал какое-то 9-значное число, полученное перестановкой цифр из числа 123 456 789. Витя пытается угадать его. Для этого он выбирает любое 9-значное число (возможно, с повторяющимися цифрами и нулем) и сообщает его Пете, а Петя отвечает, сколько совпадений у цифр этого числа с его задуманным. Может ли Витя не более чем за 4 хода узнать первую цифру в Петинем числе? (Совпадение — это цифра, стоящая на том же месте.)