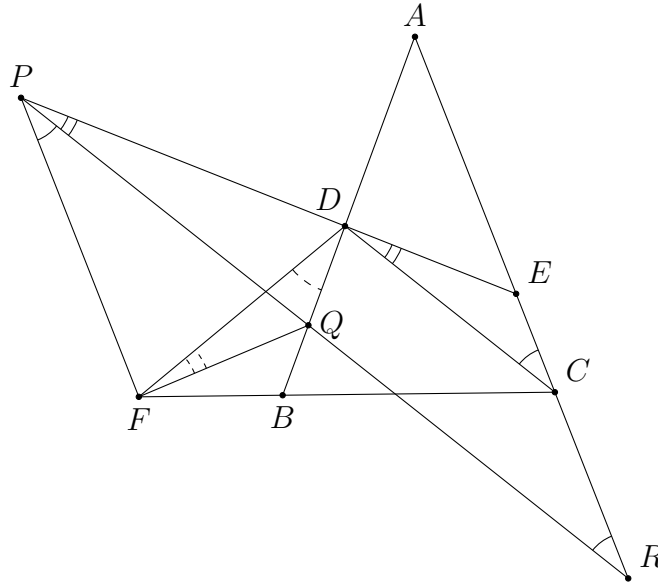




5. На боковой стороне  $AB$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ , на боковой стороне  $AC$  — точка  $E$ , а на продолжении основания  $BC$  за точку  $B$  — точка  $F$ , причем  $CD = DF$ . На прямой  $DE$  выбрана точка  $P$ , а на отрезке  $BD$  — точка  $Q$  так, что  $PF \parallel AC$  и  $PQ \parallel CD$ . Докажите, что  $DE = QF$ .

**Решение.** Докажем, что треугольники  $DFQ$  и  $CDE$  равны по двум углам и стороне между ними, отсюда будет следовать требуемое равенство отрезков.



- $CD = DF$  по условию.
- Так как треугольники  $ABC$  и  $DFC$  равнобедренные, то

$$\angle FDQ = \angle ABC - \angle DFC = \angle ACB - \angle DCF = \angle DCE.$$

- Раз прямые  $DC$  и  $PQ$  параллельны, то

$$\angle EDC = \angle DPQ.$$

Кроме того, пусть  $R$  — точка пересечения  $PQ$  и  $AC$ , тогда из той же параллельности  $\angle DCE = \angle PRE$ ; а из параллельности  $PF$  с  $AC$  следует, что  $\angle PRE = \angle FPQ$ . По предыдущему пункту  $\angle DCE = \angle FDQ$ , то есть четырёхугольник  $FPDQ$  вписан, отсюда

$$\angle EDC = \angle DPQ = \angle DFQ.$$

□

6. Каждая клетка доски  $10 \times 10$  покрашена в чёрный или белый цвет. Говорят, что клетка не в своей тарелке, если у неё хотя бы семь соседей не такого цвета, как она сама. (Соседями называются клетки, у которых есть общая сторона или общий угол.) Какое наибольшее количество клеток на доске одновременно могут быть не в своей тарелке?

**Решение.**

Ответ 26. Пример состоит из 13 доминошек, не имеющих общих клеток и не примыкающих к границе доски (см. справа).

*Оценка.* Назовем клетку не в своей тарелке НВСТ-клеткой. Очевидно, НВСТ-клетки не могут прилегать к границе. Изучим, какой вид может иметь компонента связности НВСТ-клеток, считая соседними клетки с

