

Задачи очного тура 6 класса

1. В шести кружочках расставлены целые числа так, что суммы вдоль всех проведённых на рисунке прямых равны. Докажите, что сумма всех чисел делится на 9.

2. Старуха Шапокляк раздала шестерым хулиганам разные цифры. В первый раз хулиган прописывает другому целбан, если у него четная цифра, а у другого нечетная. Во второй — если у него цифра без дырки, а у другого с дыркой. Всего было получено 8 целбанов. Какие цифры были розданы? (Шапокляк пишет цифры как показано на рисунке.)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Год назад Белоснежке было столько же лет, сколько в сумме семи гномам. Через два года ей будет столько лет, сколько шести старшим из них. Сколько лет сейчас самому младшему гному?

4. В равенстве заменили цифры буквами: одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные — разными. Получилось

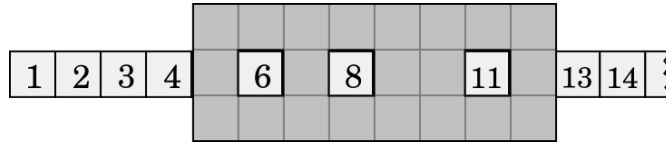
$$У! \cdot Р! \cdot А! = КРОСС.$$

Как могло выглядеть исходное равенство? Найдите все варианты и докажете, что нет других.

$N!$ означает произведение чисел от 1 до N , при этом $0! = 1$ по определению.

5. У Васисуалия Лоханкина есть 8 одинаковых кубиков. Инженер Птибурдуков взял кубик и написал на его гранях все числа от 1 до 6, по одному числу на грань; затем сделал то же самое с остальными кубиками. Обязательно ли Васисуалий теперь сможет сложить из этих кубиков куб $2 \times 2 \times 2$ так, что сумма видимых чисел будет равна 80?

6. В клетки бесконечно длинной ленты записаны по порядку натуральные числа. Васисуалий Лоханкин и инженер Птибурдуков достали по картонному прямоугольнику, размеченному на клетки такого же размера. Каждый вырезал в своем прямоугольнике несколько клеток, находящихся в одном ряду. При этом Васисуалий вырезал на одну дырку больше, чем Птибурдуков. Теперь они хотят положить свои фигурки на ленту, чтобы вырезанные клетки наложились на клетки ленты. Докажите, что это можно сделать так, чтобы сумма чисел, видимых через дырки одной фигурки, совпала с суммой чисел, видимых через дырки другой.



7. На столе лежат несколько кучек, в них поровну камней. Васисуалий Лоханкин и инженер Птибурдуков играют в следующую игру. За ход нужно переложить несколько камней (но не все) из одной кучки в другую, но надо переложить больше, чем на предыдущем ходу (а в первый ход можно сколько угодно). Тот, кто не смог походить, считается проигравшим. Первым выпало ходить Васисуалию. Докажите, что Птибурдуков может выиграть, как бы ни играл его соперник.