9-11 классы **Заключительный этап** **2020-2021**

Задания, ответы и критерии оценивания

Задача 1 (10 баллов)

Корабль движется при помощи гребного винта из 4-х лопастей. Пульсации давления воды от работы винта в кормовой части создают так называемую «лопастную» вибрацию корпуса с частотой 12 Гц. Какова (в оборотах в минуту) частота вращения гребного вала?

Решение:

Пусть частота вращения гребного вала равна n об/мин. Тогда в минуту с учетом 4-х лопастей винт создает 4*n пульсаций в минуту или 4*n/60 пульсаций в секунду.

Корпус корабля вибрирует с частотой действующих на него пульсаций, таким образом: 4*n/60 = 12 Гц. Отсюда n=12*60/4=180 об/мин.

Ответ: 180 об/мин.

Задача 2 (20 баллов)

Жесткость упругой тонкой оболочки батисферы такова, что при повышении наружного давления на каждые 10 атмосфер радиус сферы уменьшается на 0,01%. На сколько процентов (%) уменьшится исходный объем батисферы при погружении на глубину 5 км в морскую воду, плотность которой ρ=1025 кг/м^3?

Решение:

Пусть исходный (в непогруженном состоянии) радиус оболочки равен R.

На глубине T=5 км наружное давление равно:

$p=\rho*g*T=1025$ кг/м^3$*9.8$ м/с^2$*5000$ м=50225000 Па=502,25 атм.

При этом с учетом жесткости сферы её радиус уменьшится на

ΔR=0.01%/10 атм * 502,76250 атм = 0.5%,

и станет равным

R_1=(100-0.5)%*R≈99,5%*R.

Объем батисферы в исходном состоянии $V=4/3*\pi*R^3$, в сжатом состоянии – $V_1=4/3*\pi*R_1^{*3}$.

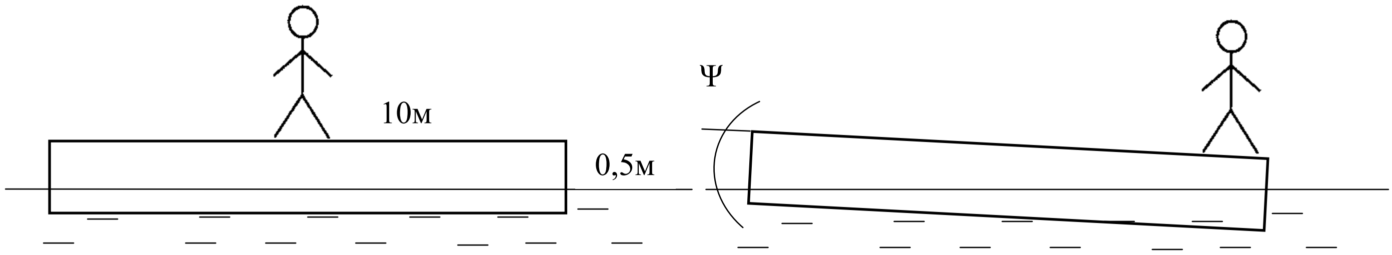
Изменение объема составит

$\Delta V=(V-V_1)/V_1*100\%=(R^3-R_1^3)/R^3*100\%=(1-(R_1/R)^3)*100\%=(1-0,995^3)*100\%=1,5\%$.

Ответ: 1,5%.

Задача 3 (40 баллов)

Понтон, плавающий в пресном водоеме (плотность воды $\rho=1000$ кг/м^3), имеет форму параллелепипеда (длина-10м, ширина=2м, высота=0.5м). В центре понтона стоит школьник массой m=50 кг, при этом осадка (уровень погружения) понтона одинакова по всей длине понтона и составляет T=10 см. Какой дифферент (угол наклона к поверхности воды) ψ приобретет понтон, если школьник встанет на кормовом крае и система придет в равновесие? Крен (поворот объекта вокруг его продольной оси) не учитывать, угол ψ считать малым.



Решение:

Вытесняемый в исходном варианте понтоном объем воды (объемное водоизмещение) равен V_0=10 м * 2 м * T=2 м^3. Очевидно, как бы ни перемещался школьник по понтону, этот объем не изменится. Однако форма погруженного объема при переходе школьника на корму будет представлять собой уже не параллелепипед, а призму, в основании которой – трапеция. Основаниями трапеции будут осадки в носовой и кормовой части понтона $T_к$ и составит $T_н$ соответственно.

В состоянии равновесия объем призмы равен $V_п=(T_к+T_н)/2*10*2$ м^3=V_0, т.е. $T_к+T_н=2T$.

Креняющий момент относительно центра понтона от веса школьника будет $M_ш=m*g*10/2$ Н·м. Восстанавливающий момент от сил Архимеда равен $M_A=V_0*\rho*g*L$, где L – расстояние от центра понтона до геометрического центра «погруженной призмы».

Найдем L, для этого разобъем трапецию на прямоугольник с высотой $T_н$ и прямоугольный треугольник с меньшим катетом ($T_к$-$T_н$). Площадь прямоугольника $S_1=10*T_н$, координата его центра совпадает с координатой центра понтона, т.е. разница между ними $x_1=0$. Площадь треугольника $S_2=10*(T_к-T_н)/2$, координата его центра отстоит на 10/3 м от кормы, т.е. относительно центра понтона x_2=5-10/3=5/3 м. Координата центра составной трапеции $L=(S_1*x_1+ S_2*x_2)/(x_1+x_2)$.

Из условия равновесия $M_ш=M_A$ следует, что

$L=m*10/(2*V_0*\rho)=(S_1*x_1+ S_2*x_2)/(x_1+x_2)=(10*T_н*0+10*\frac{T_k-T_н}{2}*5/3)/(0+5/3)$.

$m*10/(2*V_0*\rho)=10*\frac{T_k-T_н}{2}$

$m/(V_0*\rho)= T_к-T_н$

В итоге получили систему 2-х уравнений:
$T_к+T_н=2T$
$T_к-T_н=m/(V_0*\rho)$.
Складывая их, получим:
$T_к=T+m/(2*V_0*\rho)=0{,}1+50/(2*2*1000)=0{,}1+0{,}0125=0{,}1125$ м.
Тогда $T_н=2T-T_к=0{,}2 - 0{,}1125 =0.0875$ м. Угол наклона понтона будет малым и примерно равным собственному тангенсу: $\psi=(T_к-T_н)/10=2{,}5*10^{-3}$ рад = $0{,}143^o$.
Ответ: 0,143º

<u>Задача 4 (15 баллов)</u>
При постановке судна в сухой док оно ставится на специальные ящики – киль-блоки, изготавливаемые из разных пород дерева. Нижняя часть каждого блока изготовлена из дуба и имеет жесткость K1=100 кН·мм, верхняя – из сосны и имеет жесткость K2=50 кН·мм. Судно массой 10 т установлено на 5 одинаковых киль-блоков. Насколько просядет судно на киль-блоках?
Решение:
Дубовую и сосновую часть киль-блока можно считать *последовательно* соединенными пружинами с жесткостями K1 и K2, для которых справедлив закон Кирхгофа: 1/K3=1/K1+1/K2, где K3 – полная жесткость киль-блока. Весь же набор киль-блоков является пакетом *параллельно* соединенных пружин, для которых справедлив закон Кирхгофа: K4=5*K3=5*K1*K2/(K1+K2). Под действием силы тяжести G=10000 кг * 9,81 м/с^2 = 98,1 кН судно на кильблоках просядет на расстояние w=G/K4=5*G*(K1+K2)/(K1*K2)=5*98,1*150/5000=14,715 мм, т.е. примерно на 1,5 см.
Ответ: 1,5 см.

<u>Задача 5 (15 баллов)</u>
Многие современные суда и корабли изготавливают не из металла, а из композита – многослойного стеклопластикового или углепластикового материала.
Катер из алюминиевого сплава и катер из стеклопластика имеют одинаковую площадь поверхности корпуса. Толщина корпуса алюминиевого катера $t_{ал}$=3 мм, плотность алюминиевого сплава $\rho_{ал}$=2690 кг/м³. Плотность стеклопластика – $\rho_{сп}$=1467 кг/м³. Жесткость конструкции пропорциональна $E*t^3$, где E - модуль упругости (у стеклопластика – $E_{сп}=0{,}2*10^5$ МПа, у алюминиевого сплава – $E_{ал}=0{,}7*10^5$ МПа), t - толщина. Удастся ли выиграть в массе катера и сколько %, если делать его из стеклопластика таким же жестким, как и алюминиевый?

Решение:

Определим необходимую толщину стеклопластика. Из условия эквивалентной жесткости следует, что $E_{сп}*t_{сп}{}^3 = E_{ал}*t_{ал}{}^3$, откуда:

$t_{сп}=t_{ал}*\sqrt[3]{E_{ал}/E_{сп}}$ = $0{,}03*\sqrt[3]{0{,}7/0{,}2}$=4,55 мм. Тогда 1 кв.м алюминиевого корпуса весит $t_{al}*1*\rho_{al}$=8.07 кг, а 1 кв. м стеклопластикового корпуса – $t_{сп}*1*\rho_{сп}$=6,68 кг. Выигрыш в массе составит (8.07-6.68)/ 8.07*100%=17,2%.

Ответ: 17,2%