



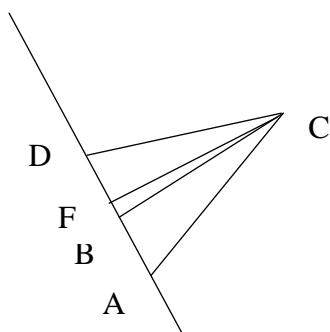
Задания, ответы и критерии оценивания

Задача 1 (25 баллов)

Определение положения судна относительно видимых ориентиров называется «крюйс-пеленг».

Представьте, что вы – капитан судна, идущего с постоянной скоростью $v=250$ м/мин и постоянным курсом мимо скалы. В 15-00 скала с борта судна была видна под углом 45° к курсу, а в 15-30 – под углом 85° к курсу. Определите, под каким углом будет видна скала с борта судна в 16-00, а также расстояние от скалы до линии курса.

Решение:



Пусть точка С – это скала, точка А – положение судна в 15-00, точка В – положение судна в 15-30.

В треугольнике АВС известно: $AB=v*30$ мин= 7500 м, угол $CAB=45^\circ$, угол $CBA=180^\circ-85^\circ=95^\circ$, значит, угол $ACB=180^\circ-(95^\circ+45^\circ)=40^\circ$.

По теореме синусов

$$BC/\sin(CAB)=AB/\sin(ACB) \Rightarrow BC=AB * \sin(CAB)/ \sin(ACB)=$$

$$BC=AB * \sin(45^\circ)/ \sin(40^\circ)=7500*0,7/0,64= 8203,1 \text{ м.}$$

Опустим перпендикуляр из точки С на продолжение прямой АВ, получим точку F. Длина этого перпендикуляра $CF=BC*\sin(85^\circ)=8171,9$ м и есть расстояние от линии курса до скалы. При постоянной скорости и курсе с 15-30 до 16-00 судно пройдет расстояние $BD=AB$. По теореме косинусов его расстояние до скалы в этот момент будет

$$CD= \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 * AB * BC * \cos(85^\circ)} =$$

$$= \sqrt{7500^2+8203,1^2 - 2 * 7500 * 8203,1 * 0,087}=10622 \text{ м. Угол, под которым будет видна скала из т. D, равен } 180^\circ - \arcsin(CF/CD) \approx 129,7^\circ.$$

Ответ: 129.7°

Задача 2 (25 баллов)

Пиратский корабль «Черная Жемчужина» убегает от военного корабля «Перехватчик» по прямой, корабли идут с постоянной скоростью, причем скорость пиратов в 1.1 раза больше, чем у военных, а те движутся со скоростью 15 км/ч. Видя, что пираты уходят, военные моряки выстрелили по ним из пушки, когда расстояние между кораблями было 0.8 км. Попадет ли ядро в «Черную Жемчужину», если начальная скорость его была $v_0=100$ м/с, а пушка стреляла под углом 45° к горизонту? Будет ли перелет или недолет? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Ядро из пушки движется по горизонтали по закону $x=x_0+v_0x t$, а по вертикали – по закону $y=y_0+v_0y t-gt^2/2$. Пусть в момент выстрела координаты военного корабля (x_0, y_0) , тогда координаты пиратского – $(x_0+0.8 \text{ км}, y_0)$. Пусть $y_0=0$. Время падения ядра $t_{\text{п}}$ таково, что $y(t_{\text{п}})=y_0=0$, отсюда $t_{\text{п}}=2*v_0y/g$. На момент падения ядро пролетит по горизонтали расстояние $x(t_{\text{п}})=x_0+v_0x*t_{\text{п}}=x_0+2*v_0x*v_0y/g$.

Проекции скорости ядра равны: $v_{0x}=v_0*\cos(45^\circ)$, $v_{0y}=v_0*\sin(45^\circ)$, откуда $x(t_{\text{п}})=x_0+2*v_0^2*\sin(45^\circ)*\cos(45^\circ)/g=x_0+v_0^2/g=x_0+100^2/9,81=x_0+1019.4 \text{ м}$.

За время $t_{\text{п}}=20.4 \text{ с}$ пиратское судно будет иметь координату $x_0+800 \text{ м}+t_{\text{п}}*1,1*15*1000 \text{ м}/3600 \text{ с}=x_0+893,4 \text{ м}$. Таким образом, ядро упадет более чем в 120 м дальше «Черной Жемчужины» (перелет).

Ответ: Перелет.

Задача 3 (20 баллов)

На ручной кабестан (механизм для передвижения груза, состоящий из вертикального вала, на который при вращении наматывается цепь) (блок радиусом $R=0,98 \text{ м}$) наматывается якорная цепь при подъеме якоря. Сколько кругов вокруг кабестана проходят матросы при подъеме якоря с глубины 100 м при высоте борта судна до клюза (круглое, овальное или прямоугольное отверстие в фальшборте, палубе или борту, служащее для пропускания и уменьшения перетирания якорной цепи) 5 м, если они при этом должны давить на рукоять кабестана на расстоянии $s=0,5 \text{ м}$ от края блока? Какую работу при этом они выполняют, если масса якоря – $m=500 \text{ кг}$? Массой цепи и трением пренебречь.

Решение:

Один виток цепи на блоке кабестана составит $2\pi R \text{ м}$. Общая длина выбираемой цепи – $L=105 \text{ м}$. Тогда число витков равно $n=L/(2\pi R)=17$, ему соответствует число кругов, пройденных матросами, а их путь $L_1=n*2\pi*(R+s)=158,085 \text{ м}$. Так как кабестан – неподвижный блок, то выигрыша в силе он не дает и матросы преодолевают действие на якорь силы тяжести, совершая работу:

$$A=m \cdot g \cdot L_1=500 \cdot 9,81 \cdot 158,085=775406,642 \text{ Дж}=775,4 \text{ кДж.}$$

Ответ: 775,4 кДж.

Задача 4 (15 баллов)

Судно ледового класса массой $m_1=50$ т, движущееся равномерно со скоростью $v_1=5$ узлов, сталкивается с плавучим айсбергом массой $m_2=30$ т, дрейфовавшим навстречу также равномерно со скоростью $v_2=0,5$ узла. Считая столкновение мгновенным, абсолютно упругим и пренебрегая сопротивлением воды и местными смятиями, определить скорости судна и айсберга после столкновения, а также изменение кинетической энергии судна.

Решение:

По закону сохранения импульса:

$$m_1 V_{1*} + m_2 V_{2*} = m_1 V_1 + m_2 V_2, \quad (1)$$

где: V_{1*} и V_{2*} - начальные скорости объектов, V_1 и V_2 - скорости объектов после столкновения.

По закону сохранения энергии:

$$m_1 V_{1*}^2/2 + m_2 V_{2*}^2/2 = m_1 V_1^2/2 + m_2 V_2^2/2 \quad (2)$$

Уравнения 1 и 2 можно преобразовать:

$$m_1(V_{1*} - V_1) = m_2(V_2 - V_{2*})$$

$$m_1(V_{1*}^2 - V_1^2) = m_2(V_2^2 - V_{2*}^2)$$

Решая систему из двух уравнений, получим:

$$V_1 = V_{1*} \cdot (m_1 - m_2) / (m_1 + m_2) + V_{2*} \cdot (2 m_2) / (m_1 + m_2)$$

$$V_2 = V_{1*} \cdot (2 m_1) / (m_1 + m_2) + V_{2*} \cdot (m_2 - m_1) / (m_1 + m_2)$$

или

$$V_1 = 5 \cdot 20000 / 80000 + 0,5 \cdot 60000 / 80000 = 1,25 + 0,375 = 1,625 \text{ узлов.}$$

$$V_2 = 5 \cdot 100000 / 80000 + 0,5 \cdot (-20000) / 80000 = 6,25 - 0,125 = 6,125 \text{ узлов.}$$

Задача 5 (15 баллов)

Медный сферический буй в воздухе весит 1,96 Н, а в воде 1,47 Н. Определите является этот буй сплошным или полым. Плотность меди $\rho_m=8900 \text{ кг/м}^3$.

Решение:

$$\text{Архимедова сила равна: } F_A = P_{\text{воз}} - P_{\text{вод}} = 1,96 - 1,47 = 0,49 \text{ кг/м}^3$$

Определим объем буя: $F_A = g \rho_{\text{вод}} V$, следовательно:

$$V = \frac{F_A}{g \rho_{\text{вод}}} = \frac{0,49}{9,8 \cdot 1000} = 0,00005 \text{ м}^3$$

$$\text{Определим массу буя: } P = mg, \text{ следовательно: } m = P/g = 1,96/9,8 = 0,2 \text{ кг}$$

$$\text{Плотность тела массой } m \text{ и объема } V \text{ равна: } \rho = m/V = 0,2/0,00005 = 4000 \text{ кг/м}^3$$

Т.к. $\rho < \rho_m$, следовательно, буй полый.