



Задания, ответы и критерии оценивания

Задача 1 (20 баллов)

К третьей ступени ракеты массой 500 кг пристыкована головная часть массой 75 кг. Между ними помещена сжатая пружина.

При испытаниях на земле пружина сообщила головной части скорость 5,1 м/с по отношению к ракете-носителю. Каковы будут скорости головной части и ракеты-носителя, если их разделение произойдет на орбите при движении со скоростью 8 км/с.

Решение:

В соответствии с законом сохранения импульса

$$M_A v'_A + M_B v'_B = (M_A + M_B) v_0$$

Из наземных испытаний

$$v'_A - v'_B = 5,1 \text{ м/с}$$

или

$$v'_A = v'_B - 5,1 \text{ м/с}$$

Тогда

$$M_A (v'_B - 5,1) + M_B v'_B = (M_A + M_B) v_0$$

$$v'_B = v_0 + \frac{M_A}{M_A + M_B} \cdot 5,1 = 8005 \text{ м/с}$$

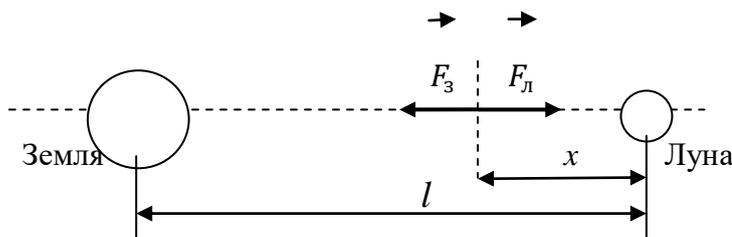
$$v'_A = 8005 - 5,1 = 7999,9 \text{ м/с}$$

Задача 2 (20 баллов)

Определить местоположение точки Лагранжа между Луной и Землей (точка, в которой гравитация Луны уравновешивается гравитацией Земли). Масса Луны составляет 1% от массы Земли. Расстояние между Землей и Луной 380 000 км.

Решение:

В т. Лагранжа сила тяготения со стороны Земли уравновешивается силой тяготения со стороны Луны. При этом считается, что масса Луны составляет 1% от массы Земли.



$$\vec{F}_L = \vec{F}_3, \quad G \frac{M_3 \cdot m}{(l-x)^2} = G \frac{M_L \cdot m}{x^2}$$

Упростим уравнение

$$\frac{M_3}{(l-x)^2} = \frac{0,01 \cdot M_3}{x^2}$$

или

$$\frac{1}{(l-x)^2} = \frac{0,1}{x},$$
$$x = 0,09 \cdot 380\,000 = 34\,200 \text{ км}$$

Задача 3 (20 баллов)

Средняя высота спутника над поверхностью Земли 1700 км. Определить его скорость и период вращения.

Решение:

Сила, действующая на спутник

$$F = G \frac{mM}{(R+h)^2}$$

R – радиус Земли.

С учетом II закона Ньютона

$$F = ma_{\text{ц}},$$

где $a_{\text{ц}}$ – центростремительное ускорение.

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R+h}$$
$$G \frac{mM}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{R+h},$$

где $g = \frac{GM}{R^2}$ – ускорение свободного падения у поверхности Земли.

Тогда

$$v = R \sqrt{\frac{g}{R+h}}$$

$$v = 6,37 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{9,8}{6,37 \cdot 10^6 + 1,7 \cdot 10^6}} = 7,01 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

Период вращения спутника

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (6,37 \cdot 10^6 + 1,7 \cdot 10^6)}{7,1 \cdot 10^3} = 7,01 \cdot 10^3 \text{ с.}$$

Задача 4 (20 баллов)

Космический корабль массой 10^6 кг начинает подниматься вертикально вверх. Сила тяги его двигателей $2,94 \cdot 10^7$ н. Определить ускорение корабля и вес тела, находящегося в нем, если на Земле на тело действует сила тяжести $5,88 \cdot 10^2$ н.

Решение:

$F_{\text{Т}}$ – сила тяги двигателей; F – сила тяготения.

$$F = G \frac{Mm_1}{r^2}, \text{ или } F_{\text{Т}} - F = m_1 a, \text{ тогда}$$

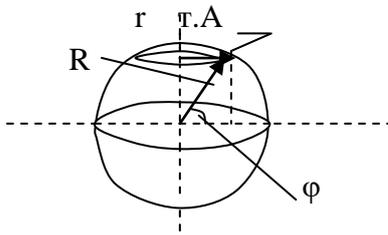
$$a = \frac{F}{m_1} - \frac{GM}{R^2} = \frac{F_{\text{Т}}}{m_1} - g$$

$$a = (2,94 \cdot 10^7 \cdot 10^{-6} - 9,8) = 19,6 \text{ м/с}^2$$

Задача 5 (20 баллов)

Определить скорость движения точки земной поверхности на широте г. Челябинска ($\varphi = 55^\circ$ с. ш.) при суточном вращении Земли.

Решение:



r – радиус, по которому движется т.А

$$\frac{r}{R} = \cos \varphi, \quad r = R \cdot \cos 55^\circ.$$

R – радиус Земли.

Скорость движения т.А

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{t},$$

t – время оборота Земли вокруг своей оси.

$t = 24$ часа.

$$v = \frac{6,28 \cdot 6371 \cdot \cos 55^\circ}{24} = 950 \text{ км/ч}.$$