



**Задания, ответы и критерии оценивания**

**Задача 1 (20 баллов)**

Принимая, что атмосфера на Луне отсутствует, определите скорость падения ракеты на ее поверхность с высоты  $h = 200$  км. Скорость ракеты по отношению к Луне равна нулю.

**Решение:**

Так как высота, на которой находится ракета, примерно, в 10 раз меньше радиуса Луны, то можно считать, что ускорение, с которым движется ракета, равно ускорению свободного падения на поверхности Луны. Работа силы тяготения

$$A = G \frac{mM_{\text{Л}}}{r^2} \cdot h$$

будет равна кинетической энергии падающей ракеты на поверхности Луны, т. е.

$$G \frac{mM_{\text{Л}}}{r^2} \cdot h = \frac{m v^2}{2},$$

тогда

$$v = \sqrt{\frac{2GM_{\text{Л}}}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,33 \cdot 10^{22}}{(1,74 \cdot 10^6)^2}} = 1,80 \text{ м/с}.$$

**Задача 2 (20 баллов)**

Определить числовое значение первой космической скорости, т.е. горизонтально направленной минимальной скорости, которую надо сообщить телу, чтобы его орбита в поле тяготения Земли стала круговой (т.е., чтобы тело могло превратиться в искусственный спутник Земли).

**Решение:**

Для того, чтобы тело стало искусственным спутником Земли, центробежная сила, действующая на тело, должна уравновешиваться силой гравитации, а именно

$$\frac{m v^2}{R} = \frac{G \cdot M_{\text{З}} \cdot m}{R^2}$$

отсюда следует

$$v = \sqrt{G \frac{M_{\text{З}}}{R}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6}} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

### Задача 3 (20 баллов)

Определите, в какой точке (считая от Земли) на прямой, соединяющей центры Земли и Луны, сила тяготения со стороны Земли уравнивается силой тяготения Луны (точка Лагранжа). Расстояние между центрами Земли и Луны равно  $R$ , масса Земли в 81 раз больше массы Луны.

#### Решение:

Считаем, что между Луной и Землей находится тело массой  $m$ , тогда

$$G \frac{m M_3}{x^2} = G \frac{m \cdot M_л}{(R-x)^2}$$

или

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{81 (R-x)^2}$$
$$81(R-x)^2 = x^2$$

Извлекаем квадратный корень из обеих частей уравнения

$$9(R-x) = x$$

или

$$x = \frac{9}{10} R = 3,5 \cdot 10^8 \text{ м.}$$

### Задача 4 (20 баллов)

Определить минимальную силу тяги двигателей космического аппарата массой 15 тн, стартующего с астероида массой 30 млн. тонн. Для упрощения, считать тела шарообразными (Астероид имеет радиус 2 км, космический аппарат – радиусом 10 м.)

#### Решение:

Применяем закон Всемирного тяготения. Сила взаимодействия тел:

$$F = G \frac{M \cdot m}{(R+r)^2}$$
$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{30 \cdot 15 \cdot 10^{12}}{2010^2} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ н.}$$

### Задача 5 (20 баллов)

Определите среднюю плотность Земли, если известны: гравитационная постоянная, радиус Земли и ускорение свободного падения.

#### Некоторые астрономические величины:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}} \right]; \quad R_{\text{Луны}} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ м}; \quad m_{\text{Луны}} = 7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг};$$

$$R_{\text{Земли}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}; \quad M_{\text{Земли}} = 3,98 \cdot 10^{24} \text{ кг};$$

Расстояние от центра Земли до центра Луны –  $3,84 \cdot 10^8 \text{ м.}$

**Решение:**

Для тела массой  $m$  выполняется

$$m \cdot g = G \frac{m M}{R^2}$$

$M = \rho \cdot V$ , где  $\rho$  – плотность Земли,

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

тогда

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{g \cdot R^2}{G} \cdot \frac{3}{4\pi R^3}$$

или

$$\rho = \frac{3g}{4\pi GR} = \frac{3 \cdot 9,8}{4 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,37 \cdot 10^6} = 5,51 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$