



Всесибирская открытая олимпиада
школьников по астрономии 2020/21 учебного года



Заключительный этап

9 класс

1. 7 февраля на Марсе наступил новый год — момент весеннего равноденствия, когда Солнце пересекает марсианский небесный экватор. Логично объявить новогодними каникулами для марсиан весь тот период, пока солнечный диск проходит эту точку пересечения. Насколько долго будут отдыхать марсиане?

Решение

Средняя угловая скорость движения Солнца по марсианскому небу определяется его сидерическим периодом: $\omega = 360^\circ / T = 0,524^\circ/\text{сут} = 31.44' / \text{сут}$ (сутки земные). (3 балла)

Угловой диаметр Солнца на Марсе в 1,5 раза меньше земного и равен примерно $21'$. (3 балла)

Соответственно, время прохождения Солнца на фоне точки равноденствия составит $21 / 31.44 = 0,67$ сут = 16 часов. (2 балла)

2. Учёные будущего отправили на Плутон мобильный космический аппарат с прямым управлением с Земли. Камеры аппарата могут надёжно определять препятствия на расстоянии до 50 метров. С какой максимальной скоростью может безопасно перемещаться аппарат? Большая полуось орбиты Плутона составляет 40 а.е., эксцентриситет орбиты 0,25, наклонение орбиты не учитывать.

Решение

Основной принцип — за время прохождения сигнала от Плутона до Земли и обратно аппарат, двигающийся с постоянной скоростью, не должен выйти за пределы «гарантированного» расстояния (50 метров).

Максимальное расстояние от Плутона до Земли равно $D = 40 \text{ а.е.} \cdot (1+e) - 1 \text{ а.е.} = 49 \text{ а.е.}$

Световой сигнал проходит это расстояние за время $49 \text{ а.е.} / 300 \text{ тыс. км/с} = 2,45 \cdot 10^4$ секунд, а «туда и обратно» распространяется за $4,9 \cdot 10^4$ секунд. За это время аппарат должен пройти не более 50 метров, значит, скорость аппарата $V = 50 / 4,9 \cdot 10^4 \approx 0,001 \text{ м/с} = 1 \text{ мм/с}$. Немного.

Именно поэтому аппараты на других планетах крайне редко управляются «в реальном времени».

3. Над поверхностью Земли на геостационарной орбите находится идеальное плоское зеркало площадью 100 м^2 , отражающее солнечные лучи на южный полюс Земли. Сколько времени понадобится, чтобы солнечным светом протопить трёхкилометровый слой льда до каменного основания? Потерями энергии пренебречь.

Решение

Если мы не учитываем рассеяние света в атмосфере Земли, то на поверхность попадает параллельный пучок света. Его площадь будет зависеть от взаимного положения спутника и Солнца, но это не играет роли в расчётах задачи.

На каждый квадратный метр земной поверхности от зеркала приходит дополнительно 1370 Вт энергии. Чтобы растопить лёд на глубину 3 км , нужна энергия $Q = 333 \text{ кДж/кг} \cdot 900 \text{ кг/м}^3 \cdot 3000 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}^2 = 9 \cdot 10^{11} \text{ Дж}$.

Соответственно, на это потребуется $9 \cdot 10^{11} / 1370 = 6,56 \cdot 10^8 \text{ сек} = \mathbf{20,8 \text{ лет}}$.

4. Марсиане стреляют по Земле из космической пушки, установленной на экваторе Марса. Определите, в какой момент и в каком направлении им нужно стрелять. С какой минимальной скоростью пушка должна выпускать снаряд?

Решение

Чтобы попасть в Землю, снаряд после выстрела должен лететь по гомановской орбите, касающейся орбит Марса и Земли. Соответственно, можно рассчитать параметры такой орбиты и её «марсианскую» (афелийную) скорость.

Большая полуось орбиты равна $a = (1,5 + 1) / 2 = 1,25 \text{ а.е.}$

Эксцентриситет $e = 1,5 / 1,25 - 1 = 0,2$.

Афелийная скорость снаряда равна $V_0 = (GM/R_M (1 + e))^{1/2} = 26,8 \text{ км/с}$, а орбитальная скорость Марса составляет $V_0 = (GM/R_M)^{1/2} = 24,5 \text{ км/с}$.

Соответственно, относительная скорость снаряда и пушки равна $\mathbf{2,3 \text{ км/с}}$.

Установка пушки на экваторе и выбор подходящего момента выстрела может уменьшить скорость выстрела на $2\pi R / 24,6 \text{ ч} = 0,24 \text{ км/с}$, соответственно, итоговое значение минимальной скорости выстрела примерно равно $\mathbf{2,1 \text{ км/с}}$.

С моментом выстрела всё сложнее. Время движения снаряда по гомановской орбите от афелия до перигелия равно по третьему закону Кеплера $1,25^{3/2} / 2 = 0,7$ лет. Соответственно, через 0,58 лет после выстрела Земля должна быть в точке, противоположной относительно Солнца текущему положению Марса.

Значит, стрелять нужно в момент, когда гелиоцентрический угол между Землёй и Марсом равен $180^\circ - 360^\circ \cdot 0,7 / 2,13 = 72^\circ$. Здесь 2,13 года — это синодический период Марса относительно Земли.

5. Какие звезды могут восходить одновременно с Альтаиром ($RA = 19^h 50^m 47^s$, $\delta = +8^\circ 52' 6''$)? Где на Земле могут одновременно взойти Альтаир и Денеб ($RA = 20^h 41^m 26^s$, $\delta = +45^\circ 16' 49''$)?

Решение

Если звёзды восходят одновременно, значит, соединяющая их дуга на небесной сфере проходит в этот момент по горизонту наблюдателя. Поскольку в зависимости от широты наблюдателя горизонт может составлять любой угол с небесным экватором, значит, в разных точках Земли можно наблюдать одновременный восход **любой звезды** вместе с Альтаиром. (технически единственное исключение составляет диаметрально противоположная Альтаиру точка небесной сферы, но мы этим пренебрежём).

Из этих соображений можно определить угол между горизонтом и экватором, который, в свою очередь, определяет широту места наблюдения.

Разница склонений звёзд равна $37,4^\circ$. В приближении плоского треугольника можно считать, что угловое расстояние по прямому восхождению равно $50^m \cdot 0,25^\circ/m = 12,5^\circ$.

Соответственно, тангенс угла между этой дугой и экватором равен $37,4 / 12,5 = 3,0$, а сам угол равен $71,5^\circ$. Это и будет угол между горизонтом наблюдателя и экватором. Широта наблюдателя равна $90^\circ - 71,5^\circ = 18,5^\circ$.

6. Школьник светит на Луну лазерной указкой. Второй школьник (в скафандре) стоит на поверхности Луны и смотрит на Землю. Определите размер пятна от указки на поверхности Луны и звёздную величину вспышки, которую увидит школьник на Луне. Мощность лазерной указки 5 Вт, длина волны испускаемого света — 400 нм.

Решение

Для оценки будем считать лазерную указку «хорошей», настолько, что угол расхождения луча из-за технического устройства указки равен нулю. Также пренебрежём эффектами атмосферы (хотя, конечно, в реальности они сильно повлияют на расходимость светового пучка).

Тогда реальный угол расхождения будет определяться дифракцией на выходном отверстии указки, диаметр которого можно оценить в 2 мм. Участники имеют право брать другую величину диаметра, не выходящую за разумные пределы (1-5 мм).

Угол расхождения по порядку величины равен $\alpha \sim \lambda/d = 400 \text{ нм} / 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-4}$ рад, значит, характерный диаметр светового пятна на поверхности Луны составит $D = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \cdot 384 \text{ тыс. км} = 77 \text{ км}$. На всё это пятно приходится световой поток 5 Вт, значит, плотность светового потока, которую воспринимает школьник на Луне, равна $5 \text{ Вт} / (77 \text{ км})^2 = 8,4 \cdot 10^{-10} \text{ Вт/м}^2$.

Сравнивая эту величину по закону Погсона с плотностью светового потока от Солнца или от другого известного нам объекта, получаем звёздную величину указки **+3,75m**. На ночной стороне Земли такой объект вполне можно разглядеть, если знать, куда смотреть. В реальности, конечно, всё испортит атмосфера, так что эта оценка получится сильно завышена.