



Всесибирская открытая олимпиада
школьников по астрономии 2020/21 учебного года



Заключительный этап

11 класс

1. Вокруг красного гиганта по эллиптической орбите обращается планета. Звезда сбрасывает свою оболочку, теряя 60 % массы. В каком случае планета имеет шансы продолжать своё обращение вокруг звезды?

Решение

Планета останется на орбите, если её скорость не превышает вторую космическую для «новой» массы притягивающего центра, то есть меньше, чем $\sqrt{2} \cdot 0,4 = 0,56$ от круговой скорости её первоначальной орбиты.

Если планета с эллиптической орбитой находится на расстоянии R от звезды, её скорость равна $V = (GM(2/R - 1/a))^{1/2}$. Из неравенства $V < 0,56 (GM/a)^{1/2}$ получаем:

$2/R - 1/a < 0,32 / a$, откуда получается условие «выживания» планеты: **$R > 1,52a$** .

В итоге, чтобы у планеты был хоть какой-то шанс остаться на орбите, эксцентриситет орбиты должен быть не меньше $R/a - 1 = 0,52$.

2. Школьник светит на Луну лазерной указкой. Второй школьник (в скафандре) стоит на поверхности Луны и смотрит на Землю. Определите звёздную величину вспышки, которую увидит школьник на Луне, и количество фотонов, попавших за 10 секунд наблюдения в глаз лунного школьника. Мощность лазерной указки 5 Вт, длина волны испускаемого света — 400 нм.

Решение

Для оценки будем считать лазерную указку «хорошей», настолько, что угол расхождения луча из-за технического устройства указки равен нулю. Также пренебрежём эффектами атмосферы (хотя, конечно, в реальности они сильно повлияют на расходимость светового пучка).

Тогда реальный угол расхождения будет определяться дифракцией на выходном отверстии указки, диаметр которого можно оценить в 2 мм. Участники имеют право брать другую величину диаметра, не выходящую за разумные пределы (1-5 мм).

Угол расхождения по порядку величины равен $\alpha \sim \lambda/d = 400 \text{ нм} / 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$, значит, характерный диаметр светового пятна на поверхности Луны составит $D = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \cdot 384 \text{ тыс. км} = 77 \text{ км}$. На всё это пятно приходится световой поток 5 Вт, значит, плотность светового потока, которую воспринимает школьник на Луне, равна $5 \text{ Вт} / (77 \text{ км})^2 = 8,4 \cdot 10^{-10} \text{ Вт/м}^2$.

Сравнивая эту величину по закону Погсона с плотностью светового потока от Солнца или от другого известного нам объекта, получаем звёздную величину указки **+3,75m**. На ночной стороне Земли такой объект вполне можно разглядеть, если знать, куда смотреть. В реальности, конечно, всё испортит атмосфера, так что эта оценка получится сильно завышена.

Итого на человеческий глаз ($d_{\text{гп}} = 6 \text{ мм}$) получаем световой поток $W = 3 \cdot 10^{-14} \text{ Вт}$. На длине волны 400 нм одному фотону соответствует энергия $E = hc/\lambda = 5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, значит, за 10 сек в глаз попадёт примерно $3 \cdot 10^{-14} \text{ Вт} \cdot 10 \text{ сек} / 5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 6 \cdot 10^5 \text{ фотонов}$.

3. В двойной системе одинаковые звёзды, похожие на Солнце, обращаются по круговым орбитам на расстоянии 100 а.е. друг от друга. В центре масс системы учёные установили абсолютно чёрный непрозрачный экран с размером, превышающим диаметр звезды. Вся падающая на экран световая энергия отводится. Как изменятся орбиты звёзд? Время установки экрана гораздо меньше орбитального периода.

Решение

Самый первый вопрос, на который нужно ответить — а что именно изменилось в орбитальном движении звёзд при установке экрана? Единственное влияние экрана — это блокировка действия света одной звезды на другую. На все другие параметры экран влиять не будет (массой экрана по сравнению с массами звёзд мы пренебрегаем).

Сила светового давления одной звезды на другую равна $F = L / (4\pi \cdot 4a^2) \cdot \pi R^2 / c$. В отсутствие экрана эта сила «расталкивает» звёзды, уменьшая эффективную притягивающую массу.

После установки экрана эта сила пропадает, и эффективные массы звёзд слегка увеличиваются.

Соответственно, первый вывод — при быстрой установке экрана круговые орбиты звёзд превратятся в **эллиптические**, причём начальные точки станут **апоцентрами** новых орбит.

Оценим эффект численно. Уменьшение эффективной массы из-за светового давления определяется из выражения для силы: $GM \cdot \Delta M / 4a^2 = L / (16a^2) \cdot R^2 / c$.

Отсюда $\Delta M = LR^2 / 4GMc = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ кг} = 6 \cdot 10^{-16} \text{ Мс}$.

Отношение больших полуосей новой и старой орбит равно отношению новой и старой эффективных масс: $\Delta a / a_0 = \Delta M / M$, поэтому $\Delta a = 6 \cdot 10^{-16} \cdot 100 \text{ а.е.} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ м} = \mathbf{0,09 \text{ мм}}$.

4. Имеется сферическое молекулярное водородное облако с диаметром 10 св. лет, средней температурой 30К и концентрацией 10 молекул на см^3 . Считая, что температура облака не меняется, определите, будет это облако сжиматься или расширяться. Каков его равновесный размер?

Решение

Молекула водорода на границе облака обладает тепловой скоростью, равной $V_T = (3kT/m)^{1/2} = (3RT/\mu)^{1/2} = 611 \text{ м/с}$.

С другой стороны, эта молекула притягивается всей массой облака и движется по орбите вокруг него. Если её скорость превышает первую космическую, молекула выйдет за существующие границы облака, и облако в целом будет расширяться. Если же тепловая скорость меньше первой космической, молекулы на границе будут «проваливаться» глубже к центру, и облако будет сжиматься.

Перая космическая скорость равна $V_1 = (GM/R)^{1/2} = (G \cdot \mu n/N_A \cdot 4/3 \pi R^2)^{1/2} = 305 \text{ м/с}$.

Тепловая скорость вдвое превышает первую космическую, значит, облако **расширяется**.

Равновесного размера облако достигнет, когда эти скорости сравняются по своим значениям. Однако при увеличении размера облака в предположении сохранения средней температуры тепловые скорости сохраняются, первая космическая падает с увеличением радиуса. Поэтому облако в нашей модели будет расширяться **бесконечно**.

5. Инопланетяне обстреливают Землю с далёкого расстояния метеоритами. Насколько точно им нужно прицелиться (относительно направления на центр Земли), чтобы метеорит упал на поверхность планеты? Начальная скорость метеоритов относительно Земли 20 км/с, точка падения метеорита не важна.

Решение

Метеориты, прилетающие к Земле издалека, движутся по гиперболическим траекториям. Нужный параметр (точность «прицеливания») — это так называемый *прицельный параметр*, определяющий момент импульса метеорита, сохраняющийся в течение движения по орбите.

Начальный момент импульса метеорита равен $L = m\rho v_0$, начальная энергия равна $E = mv_0^2/2$.
Здесь ρ — прицельный параметр, m — масса метеорита, v_0 — его начальная скорость.

Чтобы попасть в Землю, перицентрическое расстояние орбиты должно быть не больше радиуса Земли. В граничном случае $R_{\Pi} = R_3$.

В перигелии $L = mv_{\Pi}R_3$, значит, перигелийная скорость равна $v_{\Pi} = v_0 \rho/R_3$.

С другой стороны, из закона сохранения энергии

$$v_0^2/2 = -GM/R_3 + v_{\Pi}^2/2 = -GM/R_3 + v_0^2\rho^2/2R_3^2$$

$$\text{Отсюда } \rho = R_3(1 + 2GM/R_3/v_0^2)^{1/2}.$$

Подставляя численные значения, получим $\rho = 1.31 R_3 \approx \mathbf{8400 \text{ км}}$.

6. Определите минимальное и максимальное расстояние от Новосибирска (55° с.ш., 83° в.д.) до плоскости лунной орбиты.

Решение

Как известно, плоскость лунной орбиты отклоняется от плоскости эклиптики (не от экватора!) на угол $5^\circ 09'$. Угол между плоскостью эклиптики и плоскостью земного экватора составляет $23^\circ 26'$. Поскольку Новосибирск расположен существенно севернее тропика, минимальное расстояние от Новосибирска до плоскости орбиты Луны будет в том случае, когда плоскость лунной орбиты проходит через точку поверхности Земли с координатами $28^\circ 35'$ с.ш., 83° в.д.

Впрочем, расстояние от Новосибирска до этой точки по поверхности Земли не будет ответом на задачу — ответом станет длина перпендикуляра к плоскости орбиты, опущенного «из Новосибирска».

Угловое расстояние от плоскости до Новосибирска равно $\alpha = 26^\circ 25'$, значит, длина перпендикуляра составит $R \sin \alpha = \mathbf{2800 \text{ км}}$. Допустимая точность ответа — 10%.

Максимальное же расстояние будет в случае, когда плоскость лунной орбиты проходит через точку поверхности Земли с координатами $28^\circ 35'$ ю.ш., 83° в.д. Тогда угловое расстояние от плоскости до Новосибирска равно $\beta = 83^\circ 35'$, значит, длина перпендикуляра составит $R \sin \beta = \mathbf{6300 \text{ км}}$. Допустимая точность ответа — также 10%.