



Всесибирская открытая олимпиада
школьников по астрономии 2020/21 учебного года



Заключительный этап

10 класс

1. Астрошкольник ясным вечером вышел с телескопом посмотреть на звёзды и увидел пролёт МКС. Быстро поняв, что станция пролетит практически через зенит, он решил понаблюдать за ней в телескоп. Оцените, с какой скоростью он должен поворачивать свой телескоп, чтобы станция постоянно находилась в центре поля зрения? Диаметр объектива телескопа 200 мм, фокусное расстояние — 0,5 м.

Решение

Период обращения МКС - 93 минуты или орбита 418 км. Запишем относительную скорость движения МКС

$$\omega_{\text{МКСотЗ}} h = (V_{\text{МКС}} - V_3)$$

$$V_{\text{МКС}} = \sqrt{G \frac{M}{R+h}} = 7.6 \text{ км/с}$$

На экваторе

$$V_3 = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6400 \cdot 1000}{24 \cdot 60 \cdot 60} \approx 0,5 \text{ км/с}$$

На других широтах меньше

$$\omega_{\text{МКСотЗ}} = \frac{(V_{\text{МКС}} - V_3)}{h} = \frac{\frac{7.1}{400} \text{ рад}}{c} = 0.01775 = 1.02^\circ/\text{с}$$

Высота орбиты МКС $h=400$ км, а радиус Земли $R_3=6370$ км. Относительно центра Земли МКС движется со скоростью

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R_3+h}}$$

За время наблюдения t станция прошла расстояние

$$l = vt$$

Для наблюдателя на Земле МКС повернулся на небольшой угол равный

$$\alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{h} = \frac{t}{h} \sqrt{\frac{GM}{R_3 + h}}$$

Следовательно, угловая скорость будет равна

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{GM}{R_3 + h}} \approx 1.1^\circ / c$$

2. 18 февраля 2021 года на поверхность Марса успешно опустился зонд Perseverance («Настойчивость»). Если будущим покорителям Марса не хватит настойчивости, и сразу же по приземлении на красную планету они захотят вернуться домой, как быстро они смогут это сделать? Топлива у покорителей Марса, разумеется, ровно минимально необходимое количество.

Решение

Если топлива минимальное количество, то полёт будет происходить по гомановским орбитам. Гомановская орбита – это эллипс, в фокусе которого Солнце, в перигее Земля, а в афелии Марс. Следовательно большая полуось такого эллипса равна:

$$a = \frac{a_3 + a_M}{2} = \frac{1 + 1.5}{2} a.e. = 1.25 a.e.$$

Тогда время полёта на Марс равно половине периода

$$T = \frac{\sqrt{a^3}}{2} \approx 0.7 \text{ лет}$$

Обратно время полёта такое же, но нужно выждать подходящую конфигурацию планет. На момент посадки на Марс Земля прошла по орбите

$$0.7 * 360 = 252^\circ$$

Угол между направлением с Солнца на Марс и на Землю равен

$$252^\circ - 180^\circ = 72^\circ$$

Или Земля «обогнала» Марс на 72° . Следовательно, надо вылетать с Марса, когда Земля не дойдёт до Марса на 72° . То есть Земля пройдёт по орбите

$$360^\circ - 72^\circ - 72^\circ = 216^\circ$$

Относительная угловая скорость движения Земли

$$\omega_{3M} = \omega_3 - \omega_M = \frac{360^0}{1 \text{ год}} - \frac{360^0}{1.88 \text{ года}} = 169^0 / \text{год}$$

Тогда время ожидания на Марсе составит

$$t = \frac{216^0}{169^0} \text{ год} = 1.28 \text{ года}$$

Общее время полёта

$$1.28 + 0.7 + 0.7 = 2.68 \text{ лет}$$

3. Одно время в средствах массовой информации было популярным утверждение, что с помощью спутниковых систем наблюдения можно прочесть текст в газете, которую читает прохожий на поверхности Земли. Допустим, на спутнике на высоте 500 км установлена самая современная оптика. Докажите или опровергните это утверждение. Влияние атмосферы для простоты не учитываем.

Решение

Спутник должен различать буквы текста размером 1 мм, угловой размер буквы составляет $1 \text{ мм} / 500 \text{ км} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ рад}$.

Из критерия Рэлея

$$\frac{\lambda}{D} = 2 \cdot 10^{-9}$$

Для середины видимого диапазона 500 нм получаем, что диаметр объектива равен **250 м**.

Разумеется, это далеко за пределами современной космической оптики.

4. С поверхности Земли наблюдается покрытие Луной звезды Васат (дельта Близнецов) с эклиптической долготой $+108^\circ 31'$ и эклиптической широтой $-0^\circ 10,5'$. Измеренная продолжительность покрытия составила 45 минут. Определите по этим данным диаметр Луны. Луну считать находящейся в узле своей орбиты.

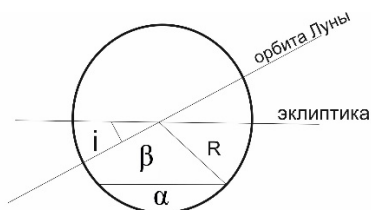
Решение

Скорость Луны относительно Земли (R – расстояние от Земли до Луны)

$$v_L = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 1,02 \text{ км/с}$$

Следовательно, за 45 минут Луна пройдет угловое расстояние равное

$$\alpha = \frac{v_{\text{Л}} t}{R} = 0.41^{\circ}$$



На рисунке представлено покрытие Луной звезды. Из рисунка видно, что угловой радиус Луны равен

$$R = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \beta^2} = \sqrt{0.205^2 + 0.175^2} = 0.27^{\circ}$$

Радиус Луны в метрах равен

$$R = 384\,400 \text{ км} * 0.2 \frac{7 * \pi}{360} = 1811 \text{ км}$$

5. Определите минимальное и максимальное расстояние от Новосибирска (55° с.ш., 83° в.д.) до плоскости лунной орбиты.

Решение

Как известно, плоскость лунной орбиты отклоняется от плоскости эклиптики (не от экватора!) на угол $5^{\circ}09'$. Угол между плоскостью эклиптики и плоскостью земного экватора составляет $23^{\circ}26'$. Поскольку Новосибирск расположен существенно севернее тропика, минимальное расстояние от Новосибирска до плоскости орбиты Луны будет в том случае, когда плоскость лунной орбиты проходит через точку поверхности Земли с координатами $28^{\circ}35'$ с.ш., 83° в.д.

Впрочем, расстояние от Новосибирска до этой точки по поверхности Земли не будет ответом на задачу – ответом станет длина перпендикуляра к плоскости орбиты, опущенного «из Новосибирска».

Угловое расстояние от плоскости до Новосибирска равно $\alpha = 26^{\circ}25'$, значит, длина перпендикуляра составит $R \sin \alpha = \mathbf{2800 \text{ км}}$. Допустимая точность ответа – 10%.

Максимальное же расстояние будет в случае, когда плоскость лунной орбиты проходит через точку поверхности Земли с координатами $28^{\circ} 35'$ ю.ш., 83° в.д. Тогда угловое расстояние от плоскости до Новосибирска равно $\beta = 83^{\circ} 35'$, значит, длина перпендикуляра составит $R \sin \beta = 6300$ км. Допустимая точность ответа – также 10%.

6. Астрошкольник светит на Луну лазерной указкой. Второй школьник (в скафандре) стоит на поверхности Луны и смотрит на Землю. Определите звёздную величину вспышки, которую увидит школьник на Луне, и количество фотонов, попавших за 10 секунд наблюдения в глаз лунного школьника. Мощность лазерной указки 5 Вт, длина волны испускаемого света — 400 нм.

Решение

Для оценки будем считать лазерную указку «хорошей», настолько, что угол расхождения луча из-за технического устройства указки равен нулю. Также пренебрежём эффектами атмосферы (хотя, конечно, в реальности они сильно повлияют на расходимость светового пучка).

Тогда реальный угол расхождения будет определяться дифракцией на выходном отверстии указки, диаметр которого можно оценить в 2 мм. Участники имеют право брать другую величину диаметра, не выходящую за разумные пределы (1-5 мм).

Угол расхождения по порядку величины равен $\alpha \sim \lambda/d = 400 \text{ нм} / 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-4}$ рад, значит, характерный диаметр светового пятна на поверхности Луны составит $D = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \cdot 384 \text{ тыс. км} = 77 \text{ км}$. На всё это пятно приходится световой поток 5 Вт, значит, плотность светового потока, которую воспринимает школьник на Луне, равна $5 \text{ Вт} / (77 \text{ км})^2 = 8,4 \cdot 10^{-10} \text{ Вт/м}^2$.

Сравнивая эту величину по закону Погсона с плотностью светового потока от Солнца или от другого известного нам объекта, получаем звёздную величину указки **+3,75m**. На ночной стороне Земли такой объект вполне можно разглядеть, если знать, куда смотреть. В реальности, конечно, всё испортит атмосфера, так что эта оценка получится сильно завышена.

Итого на человеческий глаз ($d_{\text{зр}} = 6 \text{ мм}$) получаем световой поток $W = 3 \cdot 10^{-14} \text{ Вт}$. На длине волны 400 нм одному фотону соответствует энергия $E = hc/\lambda = 5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, значит, за 10 сек в глаз попадёт примерно $3 \cdot 10^{-14} \text{ Вт} \cdot 10 \text{ сек} / 5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 6 \cdot 10^5$ фотонов.