



Всесибирская открытая олимпиада
школьников по астрономии



Заключительный этап

9-10 классы

1. Сможет ли далёкий наблюдатель из другой звёздной системы заметить прохождение Юпитера по диску нашей звезды, если его аппаратура позволяет зафиксировать отклонение наблюдаемой яркости Солнца в 1%? Луч зрения наблюдателя расположен в плоскости орбиты Юпитера.

Решение

При прохождении по диску звезды планета частично перекрывает световой поток звезды, и яркость звезды уменьшается. Уменьшение яркости на 1% означает, что 0,01 от светового потока звезды перекрыто планетой.

Чтобы такая ситуация возникла, нужно, чтобы видимый угловой диаметр планеты был меньше углового диаметра звезды в 10 раз.

Поскольку линейный диаметр Юпитера с хорошей точностью в 10 раз меньше диаметра Солнца, а расстояния от далёкого наблюдателя до Юпитера и до Солнца практически равны, видимые угловые диаметры Юпитера и Солнца отличаются как раз в 10 раз.

Итого – далёкий наблюдатель **сможет** зафиксировать прохождение Юпитера по Солнцу на пределе чувствительности своей аппаратуры.

2. По вытянутой орбите в Солнечной системе движется тёмный астероид. Спектральные исследования показали, что длина волны максимума его излучения может меняться в 2,5 раза. Считая астероид достаточно быстро вращающимся вокруг своей оси, оцените эксцентриситет его орбиты.

Решение

По закону Вина длина волны максимума излучения обратно пропорциональна температуре тела, и если длина волны меняется в 2,5 раза, то температура излучения тела также меняется в 2,5 раза (очевидно, максимум температуры достигается в перигелии, минимум – в афелии).

При одинаковых параметрах самого тела равновесная температура определяется приходящим потоком солнечного излучения и пропорциональна корню четвёртой степени из плотности потока: $T \sim W^{1/4}$. Плотность падающего светового потока, в свою очередь, обратно пропорциональна квадрату расстояния от Солнца до астероида. В результате имеем: $T \sim D^{-1/2}$.

Если температура изменилась в 2,5 раза, то расстояние афелия в $2,5^2 = 6,25$ раз больше расстояния перигелия. С другой стороны, расстояния афелия и перигелия относятся как $(1+e)/(1-e)$, откуда $e = 5,25 / 7,25 = 0,725$.

3. Оцените видимую звёздную величину Земли для наблюдателя, находящегося в центре видимого диска Луны. Как она изменяется при смене лунных фаз?

Решение

Сравним «полную» Землю в небе Луны с полной Луной в небе Земли ($-12,7^m$).

Плотность потока падающего солнечного света примерно одинакова (расстояние от Земли до Луны много меньше 1 а.е.), расстояние от объекта до наблюдателя также в обоих случаях одинаково, но у отражающих объектов разная площадь и разное альbedo.

Запишем закон Погсона для световых потоков:

$$2,512^{\Delta m} = W_3 / W_L = \varepsilon_3 \pi R_3^2 / (\varepsilon_L \pi R_L^2) = 0,37 \cdot 6371^2 / (0,12 \cdot 1740^2) = 41,3$$

То есть Земля в небе Луны примерно в 41,3 раза ярче, чем Луна в небе Земли. Отношение 41,3 соответствует разнице примерно на 4 звёздных величины. Видимая звёздная величина Земли = $-16,7^m$.

При смене лунных фаз фаза Земли в небе Луны также меняется, находясь в противофазе с фазами Луны. Соответственно, в момент новолуния яркость Земли максимальна, к моменту полнолуния она существенно снижается (Земля освещается только искусственными источниками и крайне малым потоком отражённого Луной света).

4. Астроном-любитель на Земле наблюдает полную Луну на высоте 30° над горизонтом. Внезапно на фоне диска Луны пролетает самолёт. Считая высоту полёта самолёта равной 10 км, а скорость — 900 км/ч, оцените продолжительность такого «прохождения».

Решение

Расстояние от наблюдателя до самолёта равно $10 \text{ км} / \sin 30^\circ = 20 \text{ км}$ (кривизной поверхности Земли на таких расстояниях пренебрегаем). Если считать, что самолёт летит на постоянной высоте, то его скорость направлена под углом 30° к лучу зрения, то есть поперечная компонента скорости равна $900 \text{ км/ч} \cdot \cos 30^\circ = 780 \text{ км/ч} = 216,5 \text{ м/с}$.

Видимая угловая скорость самолёта, таким образом, равна $216,5 / 20000 = 0,01 \text{ рад/с} = 37,2 \text{ '}/\text{с}$.

Понятно, что «прохождение» самолёта по диску Луны – явление быстрое, так что смещением Луны за это время можно пренебречь.

Угловой размер полной Луны равен $2 \cdot 1740 \text{ км} / 384 \text{ тыс. км} = 31,1'$. Самолёт пересечёт диск Луны за $31,1/37,2 = \mathbf{0,84 \text{ секунды}}$.

5. Ходят слухи, что на орбите Нептуна Галактическая империя собирает Звезду Смерти диаметром 160 км. Возможно ли проверить эти слухи напрямую без отправки экспедиции, используя наземный телескоп? Какие параметры телескопа для этого потребуются? Для подтверждения генеральному штабу требуются, чтобы на фотографии объект занимал область как минимум 20x20 пикселей. Размер пикселя современной ПЗС-матрицы составляет 10 мкм. Альbedo материала, из которого сделана Звезда Смерти, равно 0,15.

Решение

Расстояние от Земли до Нептуна в противостоянии (наилучшая конфигурация для наблюдения) равно 29 а.е. Угловой размер Звезды Смерти $\alpha = 160 \text{ км} / 29 \text{ а.е.} = 3,68 \cdot 10^{-8} \text{ рад} = 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ угловых секунд}$.

Для того, чтобы просто отличить объект от точки, угловой размер должен быть не больше дифракционного предела телескопа $\alpha_d = 1,22 \lambda / D$. Отсюда минимально потребный диаметр входного отверстия телескопа составляет $D_{\min} = 1,22 \lambda / \alpha = \mathbf{18,24 \text{ м}}$. Человечество такие телескопы в принципе имеет.

Теперь разбираемся с требованиями генерального штаба. Угловой размер изображения на матрице в фокальной плоскости равен угловому размеру объекта на небе.

То есть $d_{\text{из}} = 20 \cdot 10 \text{ мкм} = F \cdot \alpha$, откуда фокусное расстояние объектива должно быть не меньше $200 \text{ мкм} / 3,68 \cdot 10^{-8} = \mathbf{5,4 \text{ км}}$. И вот это уже, увы, **недостижимые** параметры для наземных (да и космических тоже) телескопов.

Можно ещё посчитать видимую звёздную величину Звезды Смерти, сравнив её с самим Нептуном (расстояния и падающие потоки одинаковы, но разные альbedo и площади).

Получаем $2,512^{\Delta m} = W_N / W_{3C} = \epsilon_N \pi R_N^2 / (\epsilon_{3C} \pi R_{3C}^2) = 0,41 \cdot 24746^2 / (0,15 \cdot 80^2) = 2,6 \cdot 10^5$, что даёт видимую звёздную величину Звезды Смерти около $+21,3^m$. Это вполне достижимо для хороших наземных телескопов.

В итоге – увы, с требованиями на фокусное расстояние телескопа человечество пока не справится. Снова нужна разведка.

- б. Земляне будущего решили продублировать наше ночное светило и вывели на круговую экваториальную орбиту высотой 1000 км «Луну-2». Угловой размер и период обращения нового светила совпадает с размером и периодом «традиционной» Луны. Для экономии массы Луна-2 полая (но, естественно, сферической формы), толщина её стенок составляет 0,5 м, плотность материала — $2,7 \text{ г/см}^3$. Какой минимальной мощности двигатели нужны Луне-2 для постоянного поддержания заданной орбиты?

Решение

Сразу бросается в глаза, что Луна-2 обращается по гораздо более близкой к Земле орбите, чем традиционная Луна, однако имеет такой же период. Нарушение третьего закона Кеплера и призваны обеспечить двигатели нового светила.

Ускорение свободного падения на высоте 1000 км равно $g_{1000} = 9,8 \cdot 6371^2 / 7371^2 = 7,32 \text{ м/с}^2$.

Орбитальная скорость спутника $V = 2\pi (R_3 + h) / T = 0,02 \text{ км/с}$, центростремительное ускорение $a = V^2 / (R_3 + h) = 5,2 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$.

Фактически, можно считать, что работой двигателей мы должны скомпенсировать притяжение Земли практически целиком ($a \ll g_{1000}$).

Диаметр Луны-2 считается из углового диаметра настоящей Луны ($\alpha = 31'$) и расстояния до Луны-2: $2R = 1000 \text{ км} \cdot \alpha = 9 \text{ км}$. Радиус спутника, соответственно, равен 4,5 км.

Масса Луны-2 равна $2700 \text{ кг/м}^3 \cdot 4\pi \cdot (4500 \text{ м})^2 \cdot 0,5 \text{ м} = 3,4 \cdot 10^{11} \text{ кг}$.

Соответственно, сила тяги двигателей, которая будет способна практически целиком скомпенсировать земное притяжение, равна $3,4 \cdot 10^{11} \cdot 7,32 = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ Н}$.

Мощность реактивных двигателей очень приближённо определяется из создаваемого ими усилия и скорости истечения топлива: $N = F \cdot v$. Скорость истечения для оценки можно взять равной 3 км/с (это слегка выше современных фактических значений, но мы и Луну-2 пока не запускаем).

В итоге получаем мощность = $7,5 \cdot 10^{15} \text{ Вт}$.

У самого мощного в мире советского ракетного двигателя РД-170 мощность = $1,5 \cdot 10^{10} \text{ Вт}$, а сила тяги – $8 \cdot 10^6 \text{ Н}$. Так что для обеспечения работоспособности Луны-2 по мощности их нужно примерно 600 тысяч, а по силе тяги – примерно 350 миллионов штук. И соответственное количество топлива.