

КОСМОНАВТИКА. КЛАССЫ 8, 9.
УСЛОВИЯ, РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ

1. Функция $f(t)$ описывает траекторию струи воздуха при движении космического аппарата в атмосфере (здесь t – время). Функция определена на всей числовой прямой и для каждого t удовлетворяет уравнению

$$f(t) + t \cdot f(1 - t) = \frac{t + 1}{t^2 - t + 1}.$$

Найдите $f(5)$.

Решение:

Подставим $t = 5, t = -4$ в заданное уравнение на $f(t)$ и получим систему линейных уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} f(5) + 5f(-4) = \frac{2}{7} \\ f(-4) - 4f(5) = \frac{-1}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(5) = \frac{1}{21} \\ f(-4) = \frac{1}{21} \end{cases}$$

Ответ: $f(5) = \frac{1}{21}$

2. Второй космической скоростью v_{2k} называется минимальная скорость, которую нужно сообщить в вертикальном направлении телу для того, чтобы оно неограниченно удалилось от поверхности планеты, причем его скорость на бесконечно большом расстоянии от планеты стала равной нулю. Известно, что для Земли $v_{2k} = 11,2$ км/с. Какова будет скорость v_{∞} тела на бесконечно большом расстоянии от Земли, если на поверхности Земли сообщить ему вертикальную скорость $u = 12,2$ км/с? Влиянием вращения Земли вокруг оси и притяжением других небесных тел можно пренебречь. Ответ приведите в км/с, округлив до сотых.

Решение:

Из определения второй космической скорости и из закона сохранения механической энергии следует, что $\frac{mv_{2k}^2}{2} = \Delta E_{\Pi}$, где m – масса тела, ΔE_{Π} – приращение потенциальной энергии тела при перемещении его с поверхности Земли в бесконечно удаленную точку. Если начальная скорость тела равна $u > v_{2k}$, то $\frac{mu^2}{2} = \Delta E_{\Pi} + \frac{mv_{\infty}^2}{2}$. Из записанных равенств получаем, что $v_{\infty} = \sqrt{u^2 - v_{2k}^2}$

Ответ: $v_{\infty} = \sqrt{u^2 - v_{2k}^2} \approx 4,84$ км/с

3. Пять выключателей расположены последовательно в ряд. Каждый может находиться в одном из двух положений – выключено (обозначается нулем) и включено (обозначается единицей). Свет включается, если есть пара выключателей, которая включена, и эти выключатели не являются соседями в ряду из единиц.

Вводятся пять чисел, каждое из которых равно 0 или 1. Требуется вывести YES, если свет загорится и NO в противном случае.

Пример:

Ввод: 1 0 1 1 0

Вывод: YES

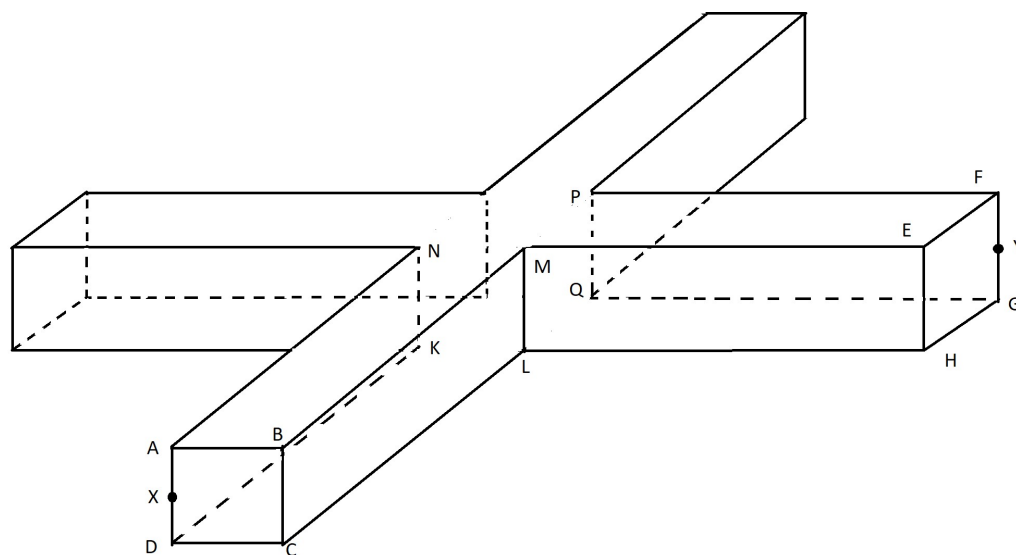
Ввод: 1 1 1 0 0

Вывод: NO

Решение: Ниже приведено одно из возможных решений на языке Python:

```
l = input("Введите строку без пробелов:")
if (l.find("101")!=-1)or(l.find("1001")!=-1)or(l.find("10001")!=-1):
    print('Yes')
else:
    print('No')
```

4. Космическая станция составлена из центрального куба и четырех одинаковых прямоугольных параллелепипедов (см. рисунок), длина которых в $k = 4$ раза больше двух других размеров:



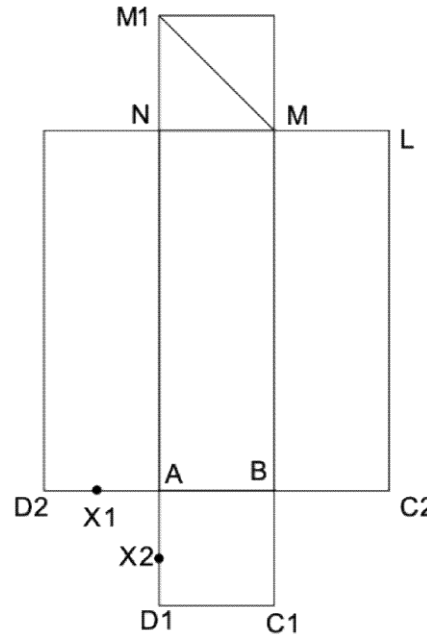
$$AN = DK = BM = CL = PF = QG = ME = LH \\ = 4AB = 4BC = 4EF = 4FG.$$

Космонавту, вышедшему в открытый космос, необходимо добраться из точки X – середины ребра AD , в точку Y – середину ребра FG по поверхности станции. Проложите кратчайший маршрут.

Решение:

Заметим, что в силу симметрии станции, можно рассмотреть поверхность станции. Обозначим дополнительно Любая путь их X в Y пересекает плоскость (MLM_1) . оптимальный путь симметричен относительно кратчайший путь от точки X до сечения (MLM_1L_1) по на верхнюю плоскость, сделав разрез по AD и BC :

Таким образом, точке X на развертке соответствуют этих точек до ломаной M_1ML , что соответствует искомый путь будет состоять из двух таких из X_1 . Угол $\angle M_1MX_1$ тупой, значит перпендикуляр M , и значит ближайшая к X_1 точка на отрезке – ближайшая точка к X_1 на отрезке ML , а значит и на иметь длину $\sqrt{73}$. Аналогично можно проверить, точки X_2 . Находим $X_2M = \sqrt{85}/2$, а весь путь будет кратчайший путь на развертке X_1M (итоговый путь относительно MM_1).



считать, что путь проходит только по верхней оставшиеся вершины центрального куба M_1 и L_1 . Тогда в силу симметрии станции очевидно, что плоскости (MLM_1) . Таким образом осталось найти верхней поверхности станции. Сделаем развертку

точки X_1 и X_2 . Остается найти кратчайший путь от пути по поверхности до сечения MLM_1L_1 , а весь симметричных путей. Рассмотрим путь, выходящий из точки X_1 падает на продолжение MM_1 за точку точка M . Аналогично $\angle LMX_1$ – тупой, значит M и всей ломаной. $X_1M = \sqrt{73}/2$, а весь путь будет что M также ближайшая точка ломанной и для иметь длину $\sqrt{85}$. Таким образом выбираем получается его симметричным отражением

5. На борту Российского сегмента Международной пицци космонавтам нужно воспользоваться воды из конденсата атмосферной влаги (СРВ-К2М). Эта система подогревает нужный объем воды с требуемыми характеристиками и позволяет через краник заправлять пакеты с сублимированной пищей. В агрегате установлен нагревательный элемент сопротивлением R , подключенный к источнику постоянного тока с внутренним сопротивлением $r < R$. Случилось так, что нагревательный элемент сломался, причем аналогичного элемента на борту МКС не оказалось. Можно ли заменить элемент другим, с сопротивлением $R' < r$ и таким, чтобы время подогрева не изменилось?

космической станции для приготовления горячей специальным агрегатом – системой регенерации

Решение: Пусть ЭДС источника тока равна \mathcal{E} . Общее сопротивление равно $r + R$. По закону Ома сила тока равна $I = \frac{\mathcal{E}}{r+R}$, а напряжение в цепи $U = IR = \frac{\mathcal{E}R}{r+R}$. В таком случае мощность нагревателя $P = IU = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(r+R)^2}$. Чтобы время нагрева при замене элемента не поменялось, R' должно быть решением уравнения $P(R') = P(R)$. Решая уравнение находим, что $R' = \frac{r^2}{R} < r$ – удовлетворяет условию.

Ответ: Да, это возможно, $R' = \frac{r^2}{R}$

6. Известно, что ось вращения Урана практически в точности лежит в плоскости эклиптики (плоскость, в которой лежит орбита Земли при вращении вокруг Солнца), а вращение Урана вокруг Солнца тоже практически в точности происходит в этой плоскости. Спутник Урана Титания вращается в плоскости экватора планеты (период обращения спутника составляет около 209 часов). Опишите, какие фазы спутника может наблюдать житель Урана в течение одного витка Титании и как они могут меняться в течение этого витка.

Решение: Ось вращения Урана лежит очень близко к плоскости его орбиты (то есть, планета фактически вращается «лежа на боку»), при этом направление этой оси в пространстве остается постоянным. Таким образом, Уран в ходе своего орбитального движения может быть ориентирован в сторону Солнца одним из своих полюсов, экватором, либо любой параллелью между экватором или полюсом. Год на Уране многократно больше как периода осевого вращения планеты, так и периодов обращения всех его спутников вокруг планеты. Поэтому в ходе одного или нескольких оборотов спутника вокруг планеты характер смены его фаз почти не будет меняться. В то же время в разных частях орбиты Урана при движении вокруг Солнца этот характер будет меняться весьма сильно. Так как плоскость орбиты Титании близка к экваториальной плоскости Урана, то:

- a. когда ось вращения Урана близка к направлению на Солнце, то смены фаз практически не будет, наблюдатель будет со стороны планеты видеть фазу, близкую к четверти в любой точке орбиты спутника,
- b. когда Уран ориентирован на Солнце экватором или близкой к экватору областью, то может наблюдаться полная смена фаз и даже могут иметь место частичные затмения Солнца спутником и полные и длительные затмения спутника планетой,
- c. когда Уран ориентирован на Солнце параллелью с широтой, существенно отличающейся от экватора или полюса, то будет иметь место промежуточное состояние, а именно, частичная смена фаз будет иметь место, но не будет ни фазы «полнотитании» (аналога полнолуния), ни фаз «новотитании» (аналога новолуния).

Изменение фаз поддается количественному подсчету, но в данной задаче не требуется, необходимо качественное понимание того, что в силу конфигурации плоскости орбиты спутника, плоскостей орбиты и экватора планеты характер смены фаз спутника будет меняться в течение уранианского года.

КОСМОНАВТИКА. КЛАССЫ 8-9. КРИТЕРИИ

Критерии 1:

10 баллов – задача решена верно

8 баллов – допущена арифметическая ошибка, приведшая к неверному решению системы

6 баллов – Предложена некоторая f , удовлетворяющая уравнению, для нее вычислено $f(5)$, единственность такой f не обоснована.

4 балла – составлена верная система, но не решена или решена неверно из-за ошибок в понимании задачи

0 баллов – нет существенных продвижений.

Критерии 2:

10 баллов – задача решена верно

- 8 баллов** – верный ответ, небольшие пробелы в обосновании
- 6 баллов** – верный ответ с существенными ошибками в обосновании
- 4 балла** – нет решения, но выписан закон сохранения, возможно с ошибками
- 0 баллов** – нет верных идей

Критерии 3:

- 15 баллов** – задача решена верно
- 8 баллов** – решение в целом верное, но есть синтаксические ошибки
- 8 баллов** – неверно понято условие – под «соседями в ряду» понято любые два числа, стоящие рядом (что противоречит примерам из условия); с этим условием верное решение
- 3 балла** – есть разумная, но неверная программа
- 0 баллов** – все остальное

Критерии 4:

- 20 баллов** – найден кратчайший путь с обоснованием
- 16 баллов** – найден кратчайший путь, но есть пробел в обосновании, или найден путь X_2M
- 12 баллов** – Предъявлен один из двух путей X_1M или X_2M , без обоснования
- 4 балла** – Предъявлен путь длины меньше 10.
- 0 баллов** – Предъявлен путь длины больше или равной 10, или предъявлен путь, проходящий не по поверхности станции.

Критерии 5:

- 20 баллов** – верное решение, верный ответ
- 16 баллов** – верно найдена связь между R и R' , допущена ошибка при выражении R'
- 12 баллов** – верно найдена связь между R и R' , не удалось выразить R'
- 8 балла** – ответ неверный, но в решении есть формулы, отражающие изменение силы тока в цепи (появляется ЭДС или законы Кирхгофа)
- 4 балла** – ответ неверный, выписаны какие-то верные формулы (например, формула мощности)
- 0 баллов** – нет верных идей

Критерии 6:

- 20 баллов** – указано, что если Уран ориентирован осью вращения не Солнце, то нет смены фаз, если экватором, то полная смена фаз, а между этими крайними положениями есть промежуточные варианты.
- 16 баллов** – указаны крайние варианты (есть полная смена фаз, нет смены фаз, но не упомянуты промежуточные варианты).
- 4 балла** – указан один из крайних вариантов (либо есть полная смена фаз, либо нет смены фаз).
- 2 балл** – указан один из крайних вариантов и есть дополнительные ошибки в рассуждениях.