

Отборочный тур для 10-11 классов

Разминка

- 1) Спутник движется по круговой орбите вокруг Земли в сильно разреженной атмосфере. Как повлияет на движение спутника атмосфера?
 - А) Скорость спутника будет уменьшаться из-за торможения в атмосфере, а орбита спутника практически не изменится.
 - Б) Скорость спутника уменьшится, а орбита спутника станет круговой с меньшим радиусом.
 - В) Скорость спутника уменьшится, в результате чего спутник перейдет на вытянутую эллиптическую орбиту.
 - Г) Орбита спутника останется очень близкой к круговой, но с меньшим радиусом, а скорость спутника практически не изменится.**
 - Д) Ответ зависит от направления ветра, который будет дуть на спутник.

- 2) Как в среднем изменяется расстояние между центрами Земли и Луны за длительный промежуток времени (порядка тысячи лет)?
 - А) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны со временем не изменяется.
 - Б) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны постепенно увеличивается.**
 - В) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны со временем уменьшается из-за торможения Луны при её движении по орбите.
 - Г) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны меняется периодически – то уменьшается, то увеличивается с периодом около 850 лет.
 - Д) Замерить это расстояние с достаточной для ответа точностью пока не удалось.

- 3) Как меняется геометрическое альbedo Луны для земного наблюдателя (в оптическом диапазоне)?
 - А) Никак не меняется.**
 - Б) Меняется периодически в зависимости от фазы Луны
 - В) Меняется периодически в зависимости от расстояния от Земли до Луны
 - Г) Меняется по довольно сложному закону в зависимости от фазы Луны и от расстояния от Земли до Луны.
 - Д) Меняется по довольно сложному закону в зависимости от фазы Луны, от расстояния от Земли до Луны и от расстояния от системы Земля-Луна до Солнца.

- 4) Какой по общемировому счету был первый искусственный спутник, запущенный США?
 - А) Первый
 - Б) Второй
 - В) Третий**
 - Г) Четвертый
 - Д) Седьмой

- 5) Спутник движется по геостационарной орбите Земли, высотой 36000 км и наклоном 0 градусов. Когда он попадет в тень Земли?
 - А) Никогда.
 - Б) Один раз в сутки спутник будет входить в тень Земли, а через несколько часов выходить из тени
 - В) Один раз весной и один раз осенью, каждый раз на непродолжительное время**
 - Г) Один раз зимой и один раз летом, каждый раз на непродолжительное время
 - Д) Ровно один раз в год на несколько часов

- 6) Находясь на поверхности какой планеты: Меркурия, Венеры или Марса человек никогда не сможет наблюдать звезды невооруженным глазом?
- А) **С Венеры – слишком плотная атмосфера**
 - Б) С Меркурия – близко расположенное Солнце засвечивает небосклон
 - В) С Марса – углекислый газ, составляющий атмосферу планеты, блокирует электромагнитные волны оптического диапазона
 - Г) С Венеры и Меркурия
 - Д) С Меркурия, Венеры и Марса
- 7) На поверхности каких небесных тел побывали космические аппараты, созданные на Земле?
- А) На Луне, Венере и Марсе (и более нигде)
 - Б) На всех планетах солнечной системы
 - В) **На Луне, Венере, Марсе, Титане, Эросе, Итокаве и на комете Чурумова-Герасименко (и более нигде)**
 - Г) На Луне, Венере, Марсе, Титане, Энцеладе, Юпитере, Эросе, Итокаве и на комете Чурумова-Герасименко (и более нигде)
 - Д) Число небесных тел, на поверхности которых побывали земные космические аппараты, два года назад превысило сотню
- 8) В романе какого писателя жители Земли запускают космический аппарат с экипажем при помощи энергии пороха?
- А) Николай Носов
 - Б) **Жюль Верн**
 - В) Герберт Уэллс
 - Г) Станислав Лем
 - Д) Борис и Аркадий Стругацкие
- 9) Какой передатчик был установлен на первом искусственном спутнике Земли?
- А) Никакого
 - Б) **Ламповый передатчик**
 - В) Транзисторный передатчик
 - Г) Было установлено два передатчика (для страховки), оба транзисторные
 - Д) Квантовый передатчик
- 10) Как изменится скорость спутника при совершении «гравитационного» маневра перед планетой (по ходу ее движения по орбите) и позади нее?
- А) Никак не изменится
 - Б) При маневре перед планетой скорость спутника увеличится, а позади планеты - уменьшится
 - В) **При маневре перед планетой скорость спутника уменьшится, а позади планеты - увеличится**
 - Г) Термин «гравитационный маневр» выдуман голливудскими киношниками
 - Д) Это зависит от соотношения масс планеты и спутника

Критерии проверки: Во всех задачах
верный ответ: 2 балла;
неверный ответ: 0 баллов.

ЗАДАЧА 1

Текст задачи.

*В Биттер-Лаге, на планете Сир, у меня есть ферма, —
наконец, взяв себя в руки, начал рассказывать сириянин. —
Я засеял зерновыми и другими культурами около восьмисот акров.
Но как только поля зазеленеют, проклятые крысы начисто сожрут всходы.
Роберт Шекли «Беличье колесо»*

Фермерское поле имеет форму равнобедренного треугольника ABC со стороной $AC = 39k\sqrt{2}$ и углом α при основании AB , причем $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$. Крысы полностью объели ту часть поля, которая заключена внутри круга диаметра $d = 27k$ с центром в точке O - доме фермера. Круг касается границы поля AC в точке K , границы BC в точке N и пересекает сторону AB в точках L и M . Кошки, завезенные Грегором и Арнольдом, уничтожили всех крыс внутри треугольника KLM . Найдите площадь этого треугольника. Приведите полное решение.

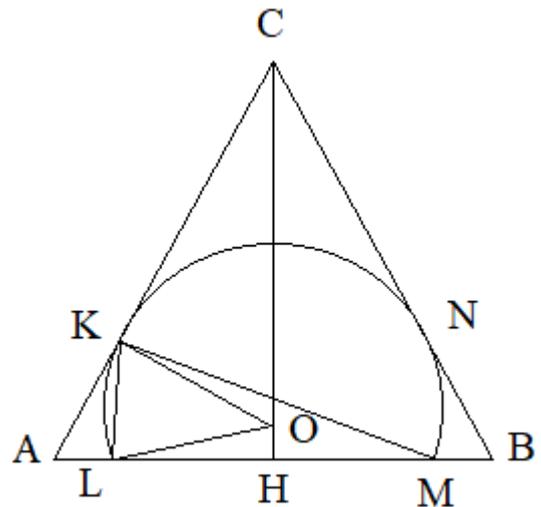
Конец текста задачи.

Варьируемый параметр k меняется от 1 до 6 с шагом 1.

Решение.

Пусть $r = OL = OK = d/2$ – радиус окружности, $AC = a$. Угол OKC равен $\pi/2$, а угол $\angle OCK = \frac{\pi}{2} - \alpha$, т.е. $\angle COK = \alpha$. Тогда $OC = r / \cos \alpha$, $KC = r \operatorname{tg} \alpha$, $AK = a - r \operatorname{tg} \alpha$. Опустим высоту KP на сторону AB . Тогда $KP = (a - r \operatorname{tg} \alpha) \sin \alpha$. Поскольку $CH = a \sin \alpha$, то $OH = a \sin \alpha - \frac{r}{\cos \alpha}$. Из теоремы Пифагора находим $LH = \sqrt{LO^2 - OH^2} = \sqrt{r^2 - \left(a \sin \alpha - \frac{r}{\cos \alpha}\right)^2}$, а искомая площадь равна $S = LH \cdot KP$.

Ответ: $S = 80k^2\sqrt{2}$.



ЗАДАЧА 2

Текст задачи.

*На следующий день спасательная шлюпка
была погружена на борт звездолета,
и друзья стартовали по направлению к Трайденту.
Роберт Шекли «Мятеж шлюпки».*

Звездолет Грегора и Арнольда находится на орбите планеты Трайидент. Планета движется в плоскости по кривой, заданной уравнением $Ax^2 - Cxy + By^2 = 1$. Звездолет движется в той же плоскости, причем все время движения, в тот момент, когда Трайидент находится в точке (x, y) , расстояние между ним и звездолетом $r = Ax^2 + By^2$. На каком наибольшем расстоянии от планеты может находиться звездолет, если $A = 225, B = 100, C = \dots$? В ответе дайте число с точностью до трех знаков после запятой. Приведите полное решение.

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр C выбирается в диапазоне от 75 до 225 с шагом 15.

Решение:

Заметим неравенство

$$xy \leq \frac{Ax^2 + By^2}{2\sqrt{AB}}$$

Тогда $r = 1 + Cxy \leq 1 + \frac{C}{2\sqrt{AB}}(Ax^2 + By^2) = 1 + \frac{C}{2\sqrt{AB}}r$, откуда $r \leq \frac{2\sqrt{AB}}{2\sqrt{AB}-C}$. Равенство достигается, если $y\sqrt{B} = x\sqrt{A}$. Такая точка на траектории движения есть, поскольку уравнение

$$Ax^2 - C \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{A}}x^2 + Ax^2 = 1$$

имеет решения, так как $C < 2\sqrt{AB}$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{AB}}{2\sqrt{AB}-C}$

ЗАДАЧА 3

Текст задачи.

*Ричард Грегор раскладывал новый пасьянс, включавший три колоды карт, шесть джокеров, набор игральные кости и логарифмическую линейку.
Роберт Шекли «Замок скэгов».*

Устав раскладывать пасьянс, от нечего делать Грегор всю ночь наблюдает за спутником, движущимся по геостационарной орбите (то есть по орбите, лежащей в плоскости экватора на высоте $h = 35800$ км от поверхности Земли). На какой высоте над горизонтом он может видеть этот спутник? (Считайте Землю шаром радиуса $r = 6400$ км; координаты офиса, где находится Грегор, примите равными: 45 градусов северной широты; 93,3 градуса западной долготы; высота объекта над горизонтом – угол между направлением на объект и горизонталью; видимость считается идеальной, рельефом местности пренебрегаем). В ответе укажите значение тангенса угла с точностью до трех знаков после запятой. Приведите полное решение.

Конец текста задачи.

Решение.

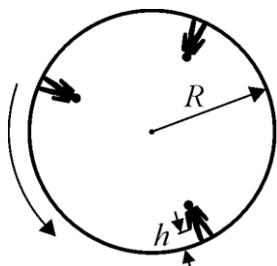
Пусть O - центр Земли, A - точка наблюдения, B - положение спутника. Так как точка находится в северном полушарии, а спутник движется в экваториальной плоскости, то наибольшее его восхождение будет наблюдаться строго на юге. Значит, плоскость ABO пересекает земной шар строго по меридиану. Линия горизонта в этой плоскости – это прямая, проходящая через A перпендикулярно AO (касательная перпендикулярна радиусу в точке касания). Пусть D - точка пересечения этой прямой с OB . Тогда искомым углом - это $\angle DAB = \alpha$, $OA = r$, $OB = r + h$, $\angle DOA = 45^\circ$ (широта точки A). Треугольник OAD - равнобедренный и прямоугольный, $\angle ADB = 135^\circ$, $\angle ABD = 45^\circ - \alpha$, $AD = r$. Применяем теорему синусов к треугольнику BDA и после упрощений получаем $\operatorname{tg} \alpha = \frac{r+h-r\sqrt{2}}{r+h} = 0,785$.

Ответ: 0,785

ЗАДАЧА 4

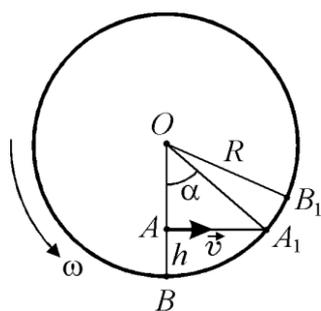
Текст задачи.

*Корабль отбуксировали на взлетную полосу.
Вскоре Грегор был уже в космосе и держал курс на пакагуз,
обращающийся на орбите вокруг Веймойна II.
Роберт Шекли «Рейс молочного фургона»*



Космический корабль Грегора, имеющий форму кругового цилиндра, совершает межпланетный перелет с постоянной скоростью. Для создания на борту искусственной тяжести он приведен во вращение вокруг продольной оси с постоянной угловой скоростью. При этом "полом" для космонавта является внутренняя поверхность корпуса корабля. Грегор, стоящий на полу, выпускает из руки небольшой предмет. На каком расстоянии l от его ног, измеренном вдоль пола, этот предмет упадет на пол? Радиус корпуса корабля $R = 6$ м, высота, с которой падает предмет $h = 1$ м. Влиянием всех небесных тел и силой притяжения предмета к кораблю можно пренебречь. Сопротивление воздуха не учитывайте. Приведите только ответ в миллиметрах, округлив до целых.

Решение. Рассмотрим движение предмета в не вращающейся системе отсчета, связанной с кораблем (см. рисунок). В этой системе предмет, выпущенный из руки в точке A , имеет скорость $v = \omega(R - h)$, направленную перпендикулярно к OA .



Поскольку сопротивление воздуха и влияние небесных тел пренебрежимо малы, предмет движется прямолинейно и равномерно и за время $\tau = \frac{AA_1}{v}$ достигает пола в точке A_1 . Точка B (подошвы ног космонавта) за это время переместится в положение B_1 . Обозначив через ω угловую скорость вращения корабля, находим, что длина дуги $\cup BB_1$ равна:

$$\cup BB_1 = \omega R \tau = \omega R \frac{AA_1}{\omega(R-h)} = R \operatorname{tg} \alpha.$$

$\cup BA_1 = R\alpha$, искомое расстояние (длина дуги $\cup A_1B_1$) равно:

$$\cup A_1B_1 = \cup BB_1 - \cup BA_1 = R(\operatorname{tg} \alpha - \alpha). \text{ Следовательно, } l = R(\operatorname{tg} \alpha - \alpha), \text{ где } \alpha = \arccos \frac{R-h}{R}.$$

Используя тригонометрические тождества, ответ можно преобразовать к виду:

$$l = R \left(\frac{\sqrt{R^2 - (R-h)^2}}{R-h} - \arccos \frac{R-h}{R} \right).$$

Ответ: $l = R \left(\frac{\sqrt{R^2 - (R-h)^2}}{R-h} - \arccos \frac{R-h}{R} \right).$

Варьируемый параметр R . Диапазон изменения от 10 до 20 м с шагом 1 м. Расчетная

формула $l = 1000 \cdot R \cdot \left(\frac{\sqrt{R^2 - (R-1)^2}}{R-1} - \arccos \frac{R-1}{R} \right).$

R	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
l	333	314	298	284	272	262	252	244	236	229	222

ЗАДАЧА 5

Текст задачи.

— Боже! — ахнул Арнольд.
 — Все ясно. После посадки я не стал задревать воздушный шлюз.
 Мы по-прежнему дышим воздухом Призрака-5!
 Роберт Шекли «Призрак-5»

В космический корабль Грегора и Арнольда, совершающий межпланетный перелет, попал метеорит. Он пробил в корпусе маленькое отверстие, через которое наружу стал выходить воздух. Объем корабля $V = \text{м}^3$, начальное давление воздуха в нем $p_0 = 10^5$ Па, температура $t = 27$ °С. Через какое время τ после попадания метеорита давление воздуха в корабле уменьшится на $\Delta p = 10^3$ Па, если площадь отверстия $S = 1$ см²? Молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль·К). При решении учтите, что $\Delta p \ll p_0$, температуру воздуха внутри корабля считайте постоянной, а процесс истечения воздуха квазиравновесным. Приведите только ответ в секундах, округлив до целых.

Решение. Записывая для вытекающего воздуха уравнение Бернулли и учитывая, что давление воздуха за рассматриваемый промежуток времени меняется незначительно,

имеем: $p_0 = \frac{\rho v^2}{2}$, откуда скорость истечения воздуха $v = \sqrt{\frac{2p_0}{\rho}}$. Здесь $\rho = \frac{p_0 M}{RT}$ –

плотность воздуха, которая также практически постоянна. Следовательно, массовый расход

воздуха равен: $\mu = Sv\rho = S\sqrt{2p_0\rho} = Sp_0\sqrt{\frac{2M}{RT}}$. Из уравнения Клапейрона-Менделеева

находим изменение давления воздуха за время τ , а именно $\Delta p = \frac{\mu\tau}{MV}RT$. Объединяя

записанные выражения, получаем, что $\tau = \frac{\Delta p}{p_0} \cdot \frac{V}{S} \cdot \sqrt{\frac{M}{2RT}}$ с.

Ответ: $\tau = \frac{\Delta p}{p_0} \cdot \frac{V}{S} \cdot \sqrt{\frac{M}{2RT}}$.

Варьируемый параметр V . Диапазон изменения от 1000 до 2000 м³ с шагом 100 м³. Расчетная формула $\tau = 0,241 \cdot V$.

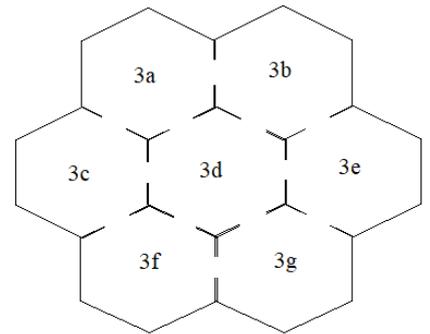
V	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000
τ	241	265	289	313	337	361	386	410	434	458	482

ЗАДАЧА 6

Текст задачи.

*А на пороге незапертой каюты возник серый исполин,
чья шкура была испещрена красными крапинками.
Исполин был наделен неисчислимым множеством рук, ног, щупалец,
когтей и клыков, да еще двумя крылышками впридачу.
Страшилище медленно надвигалось, постанывая и бормоча
что-то неодобрительное. Оба признали в нем Ворчучело.
Роберт Шекли «Призрак-5»*

Призрак Ворчучело гонится за космонавтом Грегором по космическому кораблю. Жилое пространство корабля состоит из шестиугольных кают, которые расположены на 2020 этажах с номерами от 1 до 2020, по 7 кают на каждом (для примера на рисунке изображен план третьего этажа). Грегор может перемещаться из каждой каюты в соседнюю, находящуюся на том же этаже. Каждый этаж с номером вида $4n$ (n целое, $1 \leq n \leq 504$) имеет лестницу вверх, находящуюся в каюте c и лестницу вниз, находящуюся в каюте e . 2020-ый этаж имеет только лестницу вниз в каюте e . Каждый этаж с номером вида $4n + 1$, $1 \leq n \leq 504$, имеет лестницу вверх, находящуюся в каюте c и лестницу вниз, находящуюся в той же каюте. Первый этаж имеет только лестницу наверх в каюте c . Каждый этаж с номером вида $4n + 2$, $0 \leq n \leq 504$, имеет лестницу вниз, находящуюся в каюте c и лестницу вверх, находящуюся в каюте e . Каждый этаж с номером вида $4n + 3$, $0 \leq n \leq 504$, имеет лестницу вверх, находящуюся в каюте e и лестницу вниз, находящуюся в той же каюте. За один ход Грегор может сделать не более четырех перемещений. Например, $3e-2e-2d-2c-1c$. Ворчучело также может перемещаться из каждой каюты в соседнюю, но кроме того, оно может перемещаться вверх или вниз из любой каюты. За один ход Ворчучело может проделать не более двух перемещений. Например, $3d-2d-1d$. В начале погони Грегор находится в каюте 1010e, а Ворчучело в каюте 1010d. Затем они делают ходы по очереди, начиная с Грегора. Опишите способ, позволяющий Ворчучелу гарантированно поймать Грегора. Предполагается, что перед своим ходом каждый из них знает, где находится противник.



Конец текста задачи.

Решение

При своем первом ходе Грегор может либо остаться на 1010 этаже, либо спуститься в 1009с, либо подняться на 1011 этаж, либо подняться на 1012 этаж. Во всех вариантах, кроме последнего, Ворчучело ловит его своим следующим ходом. Пусть Грегор за свой первый ход поднялся на 1012 этаж. Тогда правильный ход Ворчучело – 1011e. Теперь Грегор не может спуститься с 1012 этажа. Далее, вне зависимости от хода Грегора, Ворчучело делает ход 1012e. Затем, если Грегор остался на 1012 этаже, Ворчучело его ловит, а если Грегор поднялся выше, то ход Ворчучело – 1012с. Дальнейшие ходы Ворчучело: 1012с-1013с-1014с-1014e-1015e-1016e-1016с-1017с-1018с-1018e-1019e-1020e-1020с-... (естественно, если в какой-то момент Ворчучело видит, что может поймать Грегора за один ход, он это делает). Таким образом, Ворчучело каждый раз блокирует лестницу вниз и заставляет Грегора постепенно увеличивать номер своего этажа. Игра закончится, когда Грегор окажется на 2020 этаже. Ворчучело поднимется в 2020e и вне зависимости от хода Грегора поймает его следующим своим ходом.

ЗАДАЧА 7

Текст задачи

*Не позволяйте этому офису ввести вас в заблуждение, — сказал Арнольд.
— Мы самые лучшие, и наши расценки самые приемлемые.
Для нас не бывает слишком большой планеты или слишком маленького астероида!
К любой работе — особый подход! — добавил он немного не в тему.
Роберт Шекли «Замок скэгов»*

В рамках очередного задания Арнольду необходимо наблюдать с Земли спутник Юпитера – Ио. Оцените время, в течение которого Арнольд сможет видеть Ио на диске Юпитера. Ответ приведите в секундах. Приведите полное решение.

Конец текста задачи

Решение

Транзит начинается в момент, когда Ио при движении по орбите вокруг Юпитера пересекает прямую, связывающую край Юпитера и наблюдателя (в плоскости орбиты Ио), и заканчивается, когда спутник пересекает прямую, связывающую противоположный край диска планеты и наблюдателя. Пренебрегаем размерами планеты по сравнению с расстоянием между Землей и Юпитером (в любых точках их орбиты), что позволяет считать указанные прямые параллельными. Также считаем отрезок орбиты Ио при транзите прямой линией. Тогда время транзита спутника по диску планеты будет

$$t = \frac{2R_{Jupiter}}{v_{Io}}$$

где $R_{Jupiter} = 69911$ км (средний радиус Юпитера), а средняя скорость движения Ио по орбите

$$v_{Io} = \frac{2\pi R_{orb}}{T_{Io}}$$

где $R_{orb} = 421700$ км – радиус орбиты Ио, а $T_{Io} = 1.76914$ сут – период обращения Ио по орбите. Итого получаем после подстановки численных величин в формулы:
 0.093 сут = 2 ч 10 мин 26 с=.

Более точное решение может учесть кривизну орбиты Ио.

Угол β между прямыми, проведенными из центра планеты в точки начала и конца транзита, составляет:

$$\beta = 2 \arcsin \frac{R_{Jupiter}}{R_{orb}}$$

где $R_{Jupiter} = 71492$ км – экваториальный радиус Юпитера (с достаточной точностью можно считать, что Ио вращается в экваториальной плоскости Юпитера). Время прохождения t может быть оценено как:

$$t = \frac{T_{Io}\beta}{2\pi}$$

Время транзита составляет примерно 8289 секунд (2 часа 18 минут 09 секунд).

Ответ: 8289 секунд с точностью 500 секунд.

ЗАДАЧА 8

Текст задачи.

*А теперь проваливайте!
Но если вдруг найдете Лаксианский Ключ,
то возвращайтесь и называйте любую цену.*
Роберт Шекли «Лаксианский Ключ»

Грегор и Арнольд ищут Лаксианский Ключ на прямоугольном поле размера $N \times N$. Они двигаются от левого верхнего угла поля по спирали, закручивая спираль по часовой стрелке к центру. При этом они заполняют клетки поля числами от 1 до N^2 .

1	2	3	4
12	13	14	5
11	16	15	6
10	9	8	7

Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая выводит число, находящееся в ячейке (i, j) .

Программа принимает на вход натуральное число N , два натуральных числа i и j , между 1 и N , и выводит число, находящееся в ячейке в i -ой строке, j -ом столбце.

Пример:

Вход:

4

2 2

Вывод:

13

Пояснение – смотри рисунок.

Конец текста задачи.

Ответ: загруженный программный код.

Критерии проверки:

В задачах, где надо привести только ответ:

- + (10 баллов/9 баллов) – ответ верный/ответ отличается из-за ошибки округления;
- \pm (5 баллов) – ответ неверный, но близок к верному;
- \mp (3 балла) – ответ неверный, но отличается от верного не более, чем в два раза; кроме верного ответа получены другие; в задачах по физике и астрономии: спутан порядок числа в ответе при верной мантиссе;
- · (1 балл) – только для задач по физике и астрономии: ответ отличается от верного не более, чем на порядок.

В задачах, где надо привести решение:

- + (10 баллов) – задача решена верно, решение полное;
- + (8 баллов) – при верной логике решения ответ неверный вследствие несущественной ошибки;
- \pm (5 баллов) – есть верные рассуждения и определенные продвижения, но ответ не получен или принципиально неверный;
- \mp (3 балла) – есть разумные мысли и более ничего;
- (0 баллов) – все остальное.