

## КОСМОНАВТИКА. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП. КЛАССЫ 5, 6

1. Преподаватели математики поставили перед юным исследователем космоса следующую задачу. У некоторой дроби числитель и знаменатель являются различными натуральными числами. Числитель увеличили на 1, а знаменатель – на 100.
  - а) Могла ли при этом исходная дробь увеличиться?
  - б) Могла ли она увеличиться вдвое?
  - в) Могла ли она уменьшиться вдвое?
2. Полученный из космоса снимок земной поверхности представляет собой прямоугольник (длины сторон различны), разделенный на одинаковые квадраты. Квадраты пронумерованы числами  $1, 2, \dots, n$ . Сумма периметров квадратов с нечетными номерами на 24 больше суммы периметров квадратов с четными номерами. Периметр прямоугольника в 3 раза больше периметра каждого из квадратов. Найдите площадь прямоугольника.
3. Обозначим  $P(n)$  – произведение всех цифр натурального числа  $n$ . Найдите сумму:
$$P(1) + P(2) + \dots + P(200).$$
4. Три инвестора из трех государств строят космодром на нейтральной территории рядом с границей этих государств. Стоимость строительства:  $N = 897$  миллиардов «фунтиков». Расстояния от столиц этих государств до места строительства равны  $R_1 = 11$  км,  $R_2 = 9$  км,  $R_3 = 10$  км соответственно. Распределите стоимость строительства между инвесторами, исходя из условия, что вносимые инвесторами суммы  $N_1, N_2, N_3$  удовлетворяют соотношениям:  $N = N_1 + N_2 + N_3$ ,  $N_1 : N_2 = R_2 : R_1$ ,  $N_2 : N_3 = R_3 : R_2$ ,  $N_1 : N_3 = R_3 : R_1$  (то есть больше вносит тот, чья столица ближе к космодрому).
5. Расставьте в вершинах куба числа  $a_1, a_2, \dots, a_8$  (целые, не обязательно попарно различные, не все одновременно равные нулю) чтобы число в каждой вершине равнялось сумме стоящих в трех вершинах, соединенных с данной куба (надо найти хотя бы одну такую расстановку).
6. Код состоит из различных цифр и образует число, которое делится без остатка на любую из этих цифр.
  - а) Можно ли составить код из 7 цифр? Если да, приведите пример, если нет, объясните, почему.
  - б) Можно ли составить код из 8 цифр? Если да, приведите пример, если нет, объясните, почему.
  - в) Составьте код так, чтобы полученное натуральное число было наибольшим из возможных, удовлетворяющих приведенным условиям. Объясните свой ответ.