

Заочный тур 2

Разминка (все классы)

- 1) Спутник при выведении на ракете всегда находится под головным обтекателем и не виден. Почему?
 - а) Внешний вид спутников – строго охраняемый секрет, так их прячут.
 - б) На спутнике есть радиопередающее оборудование, и головной обтекатель – это экран, чтобы не было помех для оборудования на космодроме.
 - в) Для нанесения рекламы спонсоров на головной обтекатель.
 - г) Для защиты спутника при полете ракеты через атмосферу.

Ответ г)
- 2) У спутников много выступающих элементов: солнечных батарей, антенн и т.д. Почему они не ломаются, ведь скорость у спутника очень большая?
 - а) Они изготавливаются из очень прочных материалов на основе специальных технологий.
 - б) Они ориентированы относительно конструкции спутника таким образом, чтобы не испытывать воздействия.
 - в) В космосе нет атмосферы, соответственно нет воздействия на выступающие элементы (или оно ничтожно мало).
 - г) Они ломаются, но их регулярно ремонтируют космонавты.

Ответ в)
- 3) Почему на поверхности Луны много кратеров, а на поверхности Земли их нет или очень немного?
 - а) На Луне нет атмосферы, которая могла бы защитить ее от падения метеоритов.
 - б) На самом деле, на поверхности Луны нет кратеров, потому что люди там были и даже ездили по лунной поверхности на роверах (машинах).
 - в) Потому что у Луны нет магнитного поля, а у Земли есть.
 - г) Луна находится на такой орбите, где много метеоритов, а Земля движется по другой орбите.

Ответ а)
- 4) Где горы выше: на Марсе или на Земле?
 - а) На Марсе нет гор, а есть только кратеры.
 - б) На Земле, гора Джомолунгма.
 - в) Это неизвестно, человек еще не был на Марсе.
 - г) На Марсе, потухший вулкан Олимп.

Ответ г)
- 5) У Венеры есть атмосфера. А почему тогда в основном говорят про полеты человека на Марс?
 - а) На Марсе есть полезные ископаемые, из которых можно получить топливо для обратного полета на Землю.
 - б) Атмосфера Венеры не пропускает радиоволны, и нет возможности поддерживать связь с Землей.
 - в) Полеты человека на Венеру тоже планируются.

г) Атмосфера на Венере очень ядовита, имеет очень высокое давление и ураганные скорости ветра. А на Марсе человек может находиться в «обычных» скафандрах типа лунных.

Ответ г)

б) Почему движение планет в солнечной системе происходит не в точном соответствии с законами Кеплера?

а) Законы Кеплера уже устарели, в настоящее время в них внесены поправки.

б) Потому, что на движение планет влияют другие объекты солнечной системы.

в) Потому, что воздействие солнечного ветра вносит коррективы.

г) Законы Кеплера описывают движение шаров идеальной формы, а планеты имеют неровности.

Ответ б)

7) С помощью каких инструментов астрономы производят наблюдения в радиодиапазоне?

а) С помощью коротковолновых раций.

б) С помощью универсальных радиопередатчиков.

в) С помощью астролябий.

г) С помощью радиотелескопов.

Ответ г)

8) Где на Земле сумерки самые короткие?

а) На экваторе.

б) За полярным кругом.

в) В Австралии.

г) В средней полосе.

Ответ а)

9) Почему полярный день, длящийся с марта по сентябрь за полярным кругом в России всегда длиннее полярной ночи, длящейся с сентября по март?

а) Согласно указу президента России.

б) Потому, что орбита Земли не является идеальной окружностью.

в) Потому, что полярный день наступает раньше, чем солнце полностью поднимается над горизонтом, вследствие явления рефракции.

г) Потому, что полярный день наступает летом, а летом дни длиннее, чем ночи.

Ответ в)

10) Если бы Луна повернулась к Земле обратной стороной, она была бы ярче или тусклее в полнолуние?

а) Ярче.

б) Тусклее.

в) Точно такой же.

г) Мы бы ее вообще не увидели, поскольку обратная сторона Луны – темная.

Ответ а)

Вариант для 10-11 классов

Задача 1

- А тебе что, никогда на Марс не хотелось? — спросил Коля.
— Мне? Я тогда полечу на Марс, когда смогу принести там пользу,
— сказал курчавый. — Для этого и учусь.
— Не верь ты ему, — сказал другой парень, постарше.
— Он не только хотел на Марс попасть, но даже забрался
в грузовой корабль. Хорошо еще, вовремя вытащили,
а то бы замерз в космосе.
Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

Может ли космонавт, находящийся на Деймосе (спутник Марса) наблюдать солнечные затмения? Дайте развернутый ответ.

Варьируемых параметров нет.

Решение. Видимый с Деймоса угловой размер Марса примерно в 50 раз больше видимого размера Солнца. Действительно, Деймос регулярно попадает в тень Марса, так что находясь на Деймосе можно наблюдать полные солнечные затмения, вызываемые Марсом.

Ответ. Да. 1 балл.

Задача 2

- Ну и как тебе это нравится? — спросил бородач у Коли.
— Вообще-то нравится, — сказал Коля, — хотя, простите, архитектура не очень подходящая.
— Почему же так?
— Я привык, что у домов должны быть углы и
прямые стены, — сказал Коля. — Ну как в старинных зданиях.
Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

Дом имеет форму пирамиды $SABCD$ с вершиной S и основанием — ромбом $ABCD$. Высота пирамиды падает в точку пересечения диагоналей ромба. Угол между прямой BS и плоскостью ASC равен 30° , а площадь основания пирамиды равна $x\sqrt{3}$. Найдите площадь треугольника ASC .

Варьируемый параметр x выбирается от 20 до 30 с шагом 2.

Решение. Проведем высоту SO . Поскольку угол между прямой и плоскостью равен углу между прямой и ее проекцией на эту плоскость, то угол BSO равен 30° . Тогда $BS = 2BO$, $SO = \sqrt{3}BO$. Далее, поскольку диагонали ромба перпендикулярны, то его площадь равна половине произведения диагоналей. Значит, $AC \cdot BD = 2\sqrt{3}x$, откуда $AC = \frac{\sqrt{3}x}{BO}$. Следовательно, площадь треугольника ASC равна $\frac{1}{2}AC \cdot SO = \frac{3x}{2}$

Ответ. $\frac{3}{2}x$. 1 балл.

Задача 3

- И только тут Коля разобрал, что мужчина одет в темно-синий облегающий комбинезон, на груди у него вышит золотом Сатурн с кольцом, а на рукаве — четыре звезды.
Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

Может ли космонавт, находящийся на борту международной космической станции, наблюдать на поверхности Земли одновременно космодромы Плесецк и Восточный?

Расстояние между космодромами по поверхности Земли примите равным 4957 км. Высота орбиты МКС колеблется от 340 до 430 км. Дайте развернутый ответ.

Варьируемых параметров нет.

Решение. Примем Землю за шар радиуса R км. Пусть высота орбиты равна h км. Расстояние между точками на Земле – это длина дуги большого круга. Тогда центральный угол дуги равен $\alpha = 4957/R$ рад. Составим прямоугольный треугольник с вершинами в центре Земли, МКС и точкой касания с Землей прямой, проходящей через МКС. Получим $R = (R + h) \cos \alpha / 2$, откуда $h = \frac{R}{\cos \alpha / 2} - R$. Радиус Земли примем равным 6400 км. Получим $h = 511$ км. Если учесть влияние атмосферы и то, что радиус Земли меньше 6400 км, высоту орбиты придется еще увеличить.

Ответ. Нет. **1 балл.**

Задача 4

– Вам куда надо?

– На Уран, – ответил Коля, хотя на Уран раньше не собирался.

– С какой целью туда направляетесь? – спросила справочная.

«Хорошо еще, что автомат, а не живой человек, – подумал Коля. – Сейчас присмотрелись бы ко мне...»

Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

В терминал встроена функция защиты от детей. Чтобы проверить возраст пассажира, Коле предложена задача. Найти наибольшее значение a , при каждом из которых уравнение

$$a \cdot 3^{\sqrt[3]{1-x}} + 3^{\sqrt[3]{x-1}} - q = 4$$

имеет решение.

Варьируемый параметр q выбирается от 2 до 8 с шагом 2.

Решение. Делаем замену $t = 3^{\sqrt[3]{x-1}} > 0$, тогда $3^{\sqrt[3]{1-x}} = \frac{1}{t}$. Домножим обе части уравнения на t , получим задачу на максимизацию значения квадратного трехчлена $f(t) = -t^2 + (q + 4)t$ на множестве $t > 0$. Находим абсциссу вершины $t_B = \frac{q+4}{2} > 0$. Значит, максимальное значение равно $f(t_B) = \frac{(q+4)^2}{4}$.

Ответ $\frac{(q+4)^2}{4}$. **1 балл.**

Задача 5

– Разве не видишь? – удивился мальчик. – Работаем.

– Понятно, что работаете. А над чем?

– Над спутником. Разве не похоже?

– Похоже, – сказал Коля. – Модель?

– Что мы, маленькие, что ли? Обыкновенный спутник связи, по школьной программе. Разве у вас в школе не делают?

Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

Спутник запущен на круговую орбиту, проходящую на высоте $h = 500$ км над поверхностью Земли и движется по ней с постоянной скоростью V_1 . Через некоторое время спутник перевели на другую круговую орбиту, радиус которой меньше на Δh км, в следствии чего скорость спутника стала равна V_2 . Найдите отношение V_2/V_1 . Радиус Земли $R = 6400$ км. Ответ приведите в процентах, округлив до сотых.

Варьируемый параметр Δh брать с шагом 1 от 100 до 200

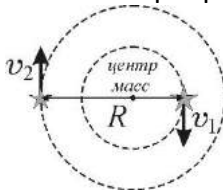
Решение. Уравнение движения спутника по круговой орбите под действием силы притяжения Земли имеет вид: $\frac{mV_1^2}{R+h} = G \frac{mM}{(R+h)^2}$, где m – масса спутника, V_1 – его скорость на первоначальной орбите, M – масса Земли, R – ее радиус, G – гравитационная постоянная. Отсюда $V_1^2 = \frac{GM}{R+h}$. Аналогично, $V_2^2 = \frac{GM}{R+h-\Delta h}$, где V_2 – скорость спутника на новой орбите. Тогда $V_1/V_2 = \sqrt{\frac{R+h-\Delta h}{R+h}}$.

Ответ: $\sqrt{\frac{R+h}{R+h-\Delta h}} \cdot 100\%$. **1 балл.**

Задача 6

Весельчак У считал себя великим хитрецом. А если перехитрить было некого, то он садился сам с собой играть в карты и сам себя обыгрывал, при этом отчаянно жулил. Совсем другим был его друг Крыс с мертвой планеты Крокрыс. Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостя из будущего»).

Планета Крокрыс вращается вокруг двойной звезды. Эта двойная звезда общей массой $M = x \cdot 10^{30}$ кг представляет собой систему из двух звезд, движущихся по круговым орбитам вокруг неподвижного центра масс с постоянными по модулю скоростями $v_1 = 10^5$ м/с и $v_2 = 5 \cdot 10^5$ м/с и одним и тем же периодом T . Найдите массу первой и второй звезды. Ответ приведите в килограммах, разделив на 10^{30} и округлив до десятых.



Варьируемый параметр x выбирается от 3 до 12 с шагом 3.

Решение. Период обращения звезды, движущейся со скоростью v по окружности радиуса r равен $T = \frac{2\pi r}{v}$. Обозначив через r_1 и r_2 радиусы орбит звезд, по условию имеем $r_1 = \frac{T}{2\pi} v_1$, $r_2 = \frac{T}{2\pi} v_2$. Тогда $r_1/r_2 = v_1/v_2$. Уравнение движение первой звезды имеет вид $\frac{M_1 v_1^2}{r_1} = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$, где R – расстояние между звездами. Аналогично для второй звезды. Тогда $\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_1 v_2^2}{r_2 v_1^2}$, откуда $\frac{M_1}{M_2} = \frac{v_2}{v_1} = 5$. Тогда $M_1 = \frac{5x}{6} \cdot 10^{30}$, $M_2 = \frac{x}{6} \cdot 10^{30}$.

Ответ: $M_1 = \frac{5x}{6} \cdot 10^{30}$, $M_2 = \frac{x}{6} \cdot 10^{30}$. **1 балл.**

Задача 7

Коля подошел к одному из входов в здание. Над ним была надпись: «МОСКОВСКИЙ КОСМОДРОМ-1» «ПЛАНЕТАРНЫЕ СООБЩЕНИЯ» Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостя из будущего»).

В период времени $t \in [1; T]$ с космодрома выводятся на орбиту N спутников. Время выхода на орбиту спутника обозначим l . Пробыв некоторое время на орбите, каждый спутник в

какой-то момент $r \in [1; T]$ покидает ее. Напишите программу, которая умеет определять число спутников на орбите в заданные M моменты времени. **1 балл.**

Входные данные: Во входном файле даны сначала T, N, M ($1 \leq T \leq 10000, 1 \leq N \leq 10000, 1 \leq M \leq 10000$).

Далее идут N пар чисел $l \leq r$ от 1 до T каждое – момент выхода на орбиту данного спутника и момент схода с нее.

Затем идут M чисел от 1 до T - интересующие нас моменты времени, в которые надо замерить число спутников на орбите.

Все числа целые. Разделены пробелом.

Выходные данные: M чисел – число спутников на орбите в каждый из моментов времени.

Пример 1:

Ввод: `100 5 3 1 20 5 40 10 100 50 60 2 80 5 50 100`.

Первые три числа показывают, что работа идет на отрезке времени $[1; 100]$, запускают $N = 5$ спутников, надо $M = 3$ раза замерить число спутников. Далее идут 5 пар чисел, которые говорят, что первый спутник находился на орбите в отрезок времени $[1; 20]$, второй – в отрезок $[5; 40]$ и так далее. Последние 3 числа означают, что надо дать ответ на 3 вопроса: сколько спутников находилось на орбите в моменты времени 5, 50 и 100.

Вывод: `3 3 1`.

Действительно, в момент времени $t = 5$ на орбите находились первый, второй и пятый спутники; в момент времени $t = 50$ – третий и четвертый спутники; в момент времени $t = 100$ – только третий спутник.

Задача 8

Миелофон ничего нового в технике не представляет. Просто электронный усилитель с приемником. Главное в нем – кристалл. А пока что эти кристаллы нашли только на астероиде Влоста; совсем маленький, этот астероид примчался откуда-то из другой галактики миллион лет назад, попал в орбиту Солнца, вот и крутится с тех пор.
Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостя из будущего»).

Космический зонд движется по круговой орбите радиусом R км вокруг астероида. Считая астероид однородным шаром радиусом $r = 20$ км, найдите его плотность, если период обращения зонда $T = 24\,000$ с. Астероид считайте однородным шаром радиусом, гравитационную постоянную примите равной $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{м}^3$. Ответ приведите в $\text{кг}/\text{м}^3$, округлив до тысячных.

Варьируемый параметр R выбирается от 70 до 80 с шагом 1.

Решение. Пусть m – масса зонда, M – масса астероида, ρ – плотность, v – скорость движения зонда по орбите, G – гравитационная постоянная. Уравнение движения зонда

имеет вид: $\frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}$. Учитывая, что объем шара равен $\frac{4}{3}\pi r^3$, находим плотность

$$\rho = \frac{3M}{4\pi r^3}.$$

Период обращения $T = \frac{2\pi R}{v}$. Выражаем M через V , получаем ответ.

Ответ: $\rho = \frac{3\pi R^3}{r^3 T^2 G}$. **1 балл.**

Задача 9

Когда почти всех пиратов переловили, эти два бандита объединили усилия, хотя прежде враждовали. С тех пор вот уже пять лет они вместе шастают по Галактике. Им приходится таиться. Еще недавно у них был свой корабль и несколько подручных, но, когда экспедиция на «Пегасе» с помощью трех капитанов победила их, пираты совсем оскудели. Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостя из будущего»).

Космические пираты Крыс и Вечельчак У откопали клад, содержащий N слитков криптонита. Масса каждого слитка – целое число кг. Клад надо разделить, но пилить слитки сложно – пила изношена и сможет распилить только один слиток. Требуется распилить не более одного из них на две части (не обязательно равные, но с целой массой), после чего разделить слитки на две кучи равной массы. **1 балл.**

Входные данные

В первой строке вводится одно натуральное число N , не превосходящее 100.

Во второй строке через пробел вводятся N натуральных чисел, не превосходящих 100 - массы имеющихся слитков.

Выходные данные

Выведите массы слитков, которые вошли в первую кучку (включая массу части распиленного слитка).

Если решений несколько, выведите любое из них.

Если решений нет, выведите фразу NO SOLUTION (заглавными буквами).

Выводить массы можно в произвольном порядке, но масса части распиленного слитка (если таковой имеется) должна быть последней.

Пример 1:

Ввод: `2 3 6`

Найдены два слитка массой 3 и 6 кг.

Вывод: `NO SOLUTION`

Пример 2:

Ввод: `3 9 3 6`

Найдены три слитка массой 9, 3 и 6 кг.

Вывод: `9`

Первый пират забрал себе первый слиток. Остальные забрал второй пират.

Возможно и другое решение: `3 6`. Первый пират взял себе второй слиток, а также отпил 6 кг от первого. Второй пират взял третий слиток и 3 кг от первого.

Пример 3:

Ввод: `4 6 2 5 5`

Найдены четыре слитка массой 6, 2, 5 и 5 кг.

Вывод: `2 5 2`

Первый пират забрал себе второй и третий слиток, а также отпил 2 кг от первого слитка.

Второму пирату достался четвертый слиток, а также 4 кг от первого слитка.

Задача 10

Коля Садовский бился у доски, исписав половину свободного пространства, и никак не мог выпутаться из уравнения.

....

И тогда Алиса с места, не вставая – никак не могла научиться, – сказала:

– Икс равен единице.

Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

На уроке математики класс тренируется вычислять процент от числа. Сначала Алиса написала на доске некоторое натуральное число. Остальные ребята разделились на 4 группы. Каждый ученик из первой группы подходит к доске, увеличивает написанное число на 35%, после чего стирает исходное число и заменяет результатом своих вычислений. Каждый ученик из второй группы действует аналогично, но увеличивает написанное число на 25%. Каждый ученик из третьей группы увеличивает написанное число на треть, а каждый ученик из четвертой группы – уменьшает на треть. После того, как каждый из учеников класса (не считая Алисы) побывал у доски ровно один раз, исходное число увеличилось на 8%. Сколько ребят было в каждой группе, если всего в классе (не считая Алисы) ровно 20 учеников? Запишите в ответе четыре числа через пробел.

Варьируемых параметров нет.

Решение. Пусть в первой группе k учеников, во второй l , в третьей m , в четвертой n . Увеличить число на 35% - это умножить его на $\frac{27}{20}$. Увеличить число на 25% - это умножить

его на $\frac{5}{4}$. И так далее. Тогда $\left(\frac{27}{20}\right)^k \left(\frac{5}{4}\right)^l \left(\frac{4}{3}\right)^m \left(\frac{2}{3}\right)^n = 1,08 = \frac{27}{25}$. Приравниваем степени у чисел

$$2, 3 \text{ и } 5, \text{ получаем систему } \begin{cases} -2k - 2l + 2m + n = 0, \\ 3k - m - n = 2, \\ -k + l = -2. \end{cases} \quad \text{Добавляем уравнение } k + l + m + n =$$

20 и решаем систему.

Ответ: $k = 5, l = 3, m = 4, n = 8$. **1 балл.**