

Олимпиада «Ломоносов. Космонавтика» 2018/2019

Заочный тур 1

Разминка (все классы)

- 1) Какой физический принцип помогает человеку достичь космоса?
- а) Принцип относительности (Эйнштейна).
 - б) Принцип независимости движения.
 - в) Принцип реактивного движения, основанный на законе сохранения импульса.
 - г) Принцип Карно
- Ответ в)**
- 2) Какой самый крупный рукотворный объект существует или существовал в космосе?
- а) Автоматическая межпланетная станция «Джуно».
 - б) Международная космическая станция.
 - в) Космический корабль «Аполлон» для полетов на Луну.
 - г) Космическая станция «Мир».
- Ответ б)**
- 3) Зачем космические корабли перед поворотом наклоняются на одно из крыльев?
- а) Для того, чтобы увеличить скорость движения за счёт использования гравитационных сил.
 - б) Это сокращает время маневра.
 - в) Это заблуждение. В космосе нет атмосферы, и вращательное движение никак не связано с поступательным движением космического корабля.
 - г) Чтобы солнце равномерно освещало и нагревало космический корабль.
- Ответ в)**
- 4) Кто из людей первым ступил на другое небесное тело и когда?
- а) Харрисон Шмидт 14 декабря 1972.
 - б) Жан Лу Кретъен 24 июня 1982.
 - в) Нил Армстронг 20 июля 1969.
 - г) Алексей Леонов 18 марта 1965.
- Ответ в)**
- 5) Может ли спутник, двигаясь вокруг Земли, быть наблюдаем постоянно с одного места на Земле?
- а) Да, если движется по геостационарной орбите на высоте 36 000 км.
 - б) Нет, это невозможно.
 - в) Любой спутник всегда виден с любого места на Земле.
 - г) Да, если наблюдатель постоянно находится либо на Северном, либо на Южном полюсе.
- Ответ а)**
- б) Почему на звездных картах не изображают планеты?
- а) Это историческая традиция – на звездных картах изображают только звезды, а планеты изображают на планетных картах.
 - б) Это неверно. На звездных картах почти всегда изображают не только звезды, но и планеты.

- в) Потому, что планеты перемещаются из созвездия в созвездие.
- г) Потому, что планеты, в отличие от звезд, не видны невооруженным глазом.

Ответ в)

7) Какие метеорные потоки смогут наблюдать жители космической базы на Луне (когда она будет построена) долгими лунными ночами?

- а) Примерно те же, что и на Земле.
- б) Никаких метеоров они наблюдать не смогут.
- в) В основном, метеоры из потока Леониды.
- г) В основном, метеоры из потока Персеиды.

Ответ б)

8) Где на Земле лучше строить космодромы в целях уменьшения затрат на выведение на орбиту 1 кг полезной нагрузки (затраты на содержание космодрома не учитываем)?

- а) В горах на экваторе.
- б) Во льдах на полюсе.
- в) В лесах в Сибири.
- г) В степях в Казахстане.

Ответ а)

9) Для чего нужна астролябия?

- а) Для определения высоты звезды над горизонтом.
- б) Для измерения параллакса звезды.
- в) Для определения звездной величины.
- г) Для измерения расстояния от звезды до Земли.

Ответ а)

10) На данный момент открыты тысячи экзопланет. Каковы результаты наблюдений – что больше (по величине радиуса), звезды или планеты?

- а) Конечно, звезды!
- б) Планеты - современные технические средства позволяют обнаруживать только гигантские планеты.
- в) Бывает по-разному.
- г) Науке это пока неизвестно. Радиусы экзопланет с достоверной точностью еще не измерены.

Ответ в)

Вариант для 10-11 классов

Задача 1

- Это чья лаборатория? – спросил Коля.
– Школьная. А чья же еще?
– А дельфины тоже школьные?
– Тоже школьные. И обезьяны, и питон Архимед.
Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

В рамках лабораторной работы школьник наблюдает за звездами. Звезда вошла в 00 час 01 мин по местному времени. Сколько еще раз она пересечет горизонт в данном пункте в течение этих же солнечных (наших обычных) суток? Дайте развернутый ответ.

Варьируемых параметров нет.

Решение. Как известно, звёздные сутки делятся приблизительно на 23 часа 56 минут 04 секунды. Следовательно, в следующий раз звезда взойдёт в 23:57 того же дня (секунды не учитываем), но перед тем, как звезда взойдёт, она должна опуститься за горизонт. Следовательно, в течение суток звезда появится на горизонте ещё, как минимум, дважды. Но звезда может проходить видимую (из данного места) часть своего пути очень низко над горизонтом, и тогда она может успеть сесть за оставшиеся до окончания солнечных суток три минуты. Поэтому полный ответ: звезда пересечет горизонт еще минимум 2 раза, но возможно и 3 раза. **1 балл.**

Задача 2

- Ну и как тебе это нравится? – спросил бородач у Коли.
– Вообще-то нравится, – сказал Коля, – хотя, простите, архитектура не очень подходящая.
– Почему же так?
– Я привык, что у домов должны быть углы и прямые стены, – сказал Коля. – Ну как в старинных зданиях.
Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

Дом имеет форму пирамиды $SABCD$ с вершиной S и основанием – трапецией $ABCD$. Углы между прямыми SA, SB, SC, SD и плоскостью основания равны 45° . Один из углов трапеции равен 60° , а диагональ, выходящая из вершины этого угла равна $x\sqrt{3}$. Найдите высоту дома.

Варьируемый параметр x выбирается от 3 до 8 с шагом 1.

Решение. Проведем высоту SO . Треугольники SAO, SBO, SCO, SDO имеют прямой угол O и одинаковый катет SO . По условию, равны еще и углы SAO, SBO, SCO и SDO . Тогда треугольники равны, т.е. $SA=SB=SC=SD=SO$ (так как острый угол равен 45°). Итак, SO равно радиусу R окружности, описанной около трапеции $ABCD$. Пусть угол A этой трапеции равен 60° . Заметим, что окружность, описанная около трапеции, описана также около треугольника ABC . В треугольнике ABC угол B равен 120° , $AC = x\sqrt{3}$. По теореме синусов находим $2R = \frac{AC}{\sin 120} = 2x$.

Ответ. Высота равна x . **1 балл.**

Задача 3

Он вернулся к автобусу и прочитал надпись над дверью: «Вход. До Арбатской площади».

....

Тогда Коля подошел к соседнему автобусу. Над его задней дверью

была надпись: «Вход. До Новодевичьего монастыря».
Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостя из будущего»).

Коля пытается добраться до Большого московского планетария. На информационном табло он нашел его географические координаты в градусах и их долях:

Широта: 55,76148861381986 N

Долгота: 37,58380457382202 E

Какой линейной точности на поверхности Земли соответствуют эти цифры? Сколько последних цифр в указанных выше числах нужно убрать, чтобы угловая точность координат соответствовала линейной точности на местности в 30 м (примерный радиус московского планетария)?

Варьируемых параметров нет.

Решение. Один градус широты соответствует примерно 100 км (вдалеке от полярных областей это же справедливо и для градуса долготы). Формальная точность указанных координат составляет 10-14 градуса. Координата, указанная с такой угловой точностью, соответствует линейной точности около $100 \text{ км} \times 10^{-14} = 1 \text{ мкм}$. Второй вопрос задачи. Пусть мы оставим n цифр после запятой. Тогда точность равна $100 \text{ км} \times 10^{-n} = 10^{5-n} \text{ м} = 30 \text{ м}$. Логарифмируем и получаем $n \approx 3,52$. Округляем в большую сторону. Получаем, что нам нужны 4 знака после запятой. Убрать надо 10 знаков.

Ответ. 1мкм и 10 знаков. **1 балл.**

Задача 4

– Вам куда надо?

– На Уран, – ответил Коля, хотя на Уран раньше не собирался.

– С какой целью туда направляетесь? – спросила справочная.

«Хорошо еще, что автомат, а не живой человек, – подумал Коля. – Сейчас присмотрелись бы ко мне...»

Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостя из будущего»).

В терминал встроена функция защиты от детей. Чтобы проверить возраст пассажира, Коле предложена задача. Найти наименьшее значение a , при каждом из которых уравнение

$$\log_2^2\left(x + \frac{1}{x}\right) - p \cdot \log_2\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right) - 3 = a$$

имеет решение.

Варьируемый параметр p выбирается от 2 до 8 с шагом 2.

Решение. Заметим, что аргумент второго логарифма – полный квадрат аргумента первого. Делаем замену $t = \log_2\left(x + \frac{1}{x}\right)$, получаем задачу на минимизацию значения квадратного трехчлена $g(t) = t^2 - 2pt - 3$ на множестве $t \geq 1$. Находим абсциссу вершины $t = p \geq 1$. Значит, минимальное значение равно $g(p) = -p^2 - 3$.

Ответ $-p^2 - 3$. **1 балл.**

Задача 5

– Разве не видишь? – удивился мальчик. – Работаем.
– Понятно, что работаете. А над чем?
– Над спутником. Разве не похоже?
– Похоже, – сказал Коля. – Модель?
– Что мы, маленькие, что ли? Обыкновенный спутник связи, по школьной программе. Разве у вас в школе не делают? Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостя из будущего»).

Спутник запущен на круговую орбиту, проходящую на высоте $h = 500$ км над поверхностью Земли. Через некоторое время спутник перевели на другую круговую орбиту, радиус которой меньше на Δh км. Найдите отношение η новой кинетической энергии спутника к ее первоначальному значению? Радиус Земли $R = 6400$ км. Ответ приведите в процентах, округлив до сотых.

Варьируемый параметр Δh брать с шагом 1 от 100 до 200

Решение. Уравнение движения спутника по круговой орбите под действием силы притяжения Земли имеет вид: $\frac{mv_1^2}{R+h} = G \frac{mM}{(R+h)^2}$, где m – масса спутника, v_1 – его скорость на первоначальной орбите, M – масса Земли, R – ее радиус, G – гравитационная постоянная. Отсюда $v_1^2 = \frac{GM}{R+h}$. Аналогично, $v_2^2 = \frac{GM}{R+h-\Delta h}$, где v_2 – скорость спутника на новой орбите. Учитывая, что искомая величина $\eta = \frac{E_2 - E_1}{E_1} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2}$, получаем, что

$$\eta = \frac{\Delta h}{R+h-\Delta h}.$$

Ответ: $\eta = \frac{\Delta h}{R+h-\Delta h} \cdot 100\%$. **1 балл.**

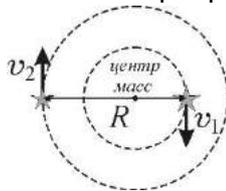
Задача 6

Весельчак У считал себя великим хитрецом. А если перехитрить было некого, то он садился сам с собой играть в карты и сам себя обыгрывал, при этом отчаянно жулил.

Совсем другим был его друг Крыс с мертвой планеты Крокрыс.

Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостя из будущего»).

Планета Крокрыс вращается вокруг двойной звезды. Эта двойная звезда представляет собой систему из двух звезд разных масс, движущихся по круговым орбитам вокруг неподвижного центра масс с постоянными по модулю скоростями $v_1 = 10^5$ м/с и $v_2 = 5 \cdot 10^5$ м/с и одним и тем же периодом T с. Найдите расстояние R между звездами. Ответ приведите в метрах, разделив на 10^{10} и округлив до десятых.



Варьируемый параметр T выбирается от $4 \cdot 10^5$ до $5 \cdot 10^5$ с шагом $0,5 \cdot 10^5$.

Решение. Период обращения звезды, движущейся со скоростью v по окружности радиуса r равен $T = \frac{2\pi r}{v}$. Обозначив через r_1 и r_2 радиусы орбит звезд, по условию имеем $r_1 = \frac{T}{2\pi} v_1$,

$r_2 = \frac{T}{2\pi} v_2$. Поскольку центр масс двух материальных точек расположен между ними на прямой, соединяющей эти точки, расстояние между звездами $R = r_1 + r_2$. Следовательно,

$$R = \frac{T}{2\pi} (v_1 + v_2).$$

Ответ: $R = \frac{T}{2\pi} (v_1 + v_2)$. **1 балл.**

Задача 7

Пираты сидели в сквере, намаявшись от ходьбы.

Весельчак У сказал: — Денег мало.

— Я тебе сколько хочешь сделаю, — сказал Крыс. — Будут как настоящие.

— Твои деньги опасные: на пять шагов отойдешь — они растут.

Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

Утром в день прибытия в Москву у пиратов K рублей, но жадный Весельчак У в этот же день тратит N рублей. Каждый следующий день утром Крыс делает M рублей, а Весельчак У немедленно после этого тратит N рублей. Процесс повторяется, пока деньги у пиратов не кончатся. Если в какой-то день (возможно даже в первый день — день прибытия пиратов в Москву) к Весельчаку У попадает меньше либо равно N рублей, то он тратит их все без остатка, а без образца Крыс сделать деньги не может. Вечером какого дня деньги у пиратов закончатся (день прибытия нумеруется числом 1)? Напишите программу, которая отвечает на этот вопрос. **1 балл.**

Входные данные: три целых числа K, M, N от 2 (включительно) до 109 (включительно), вводятся одной строкой через пробел.

Выходные данные: натуральное число — номер дня; если деньги у пиратов не закончатся никогда, то выходные данные: строка `NO`.

Пример 1: Входные данные `3 100 4`. Выходные данные `1`. Действительно, вечером, в день прибытия в Москву, у пиратов $3 - 3 = 0$ рублей (Весельчак У хотел бы потратить 4 рубля, но смог потратить только 3).

Пример 2: Входные данные `5 2 3`. Выходные данные `3`. Действительно, вечером, в день прибытия в Москву, у пиратов $5 - 3 = 2$ рубля. На следующий день вечером $2 + 2 - 3 = 1$ рубль, а на третий день вечером $1 + 2 - 3 = 0$ рублей.

Пример 3: Входные данные `10 6 6`. Выходные данные `NO`.

Задача 8

Миелофон ... ничего нового в технике не представляет. Просто электронный усилитель с приемником. Главное в нем — кристалл. А пока что эти кристаллы нашли только на астероиде Влоста; совсем маленький, этот астероид примчался откуда-то из другой галактики миллион лет назад, попал в орбиту Солнца, вот и крутится с тех пор.

Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

Космический зонд движется по круговой орбите радиусом R км вокруг астероида. Определите ускорение свободного падения g у поверхности этого астероида, если период обращения зонда $T = 100$ с. Астероид считайте однородным шаром радиусом $r = 50$ км. Ответ приведите в м/с^2 , округлив до тысячных.

Варьируемый параметр R выбирается от 70 до 80 с шагом 1.

Решение. Пусть m – масса зонда, M – масса астероида, v – скорость движения зонда по орбите, G – гравитационная постоянная. Уравнение движения зонда имеет вид: $\frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}$. Учитывая, что $g = G \frac{M}{r^2}$ и $T = \frac{2\pi R}{v}$, получаем, что $g = \frac{4\pi^2 R^3}{r^2 T^2}$.

Ответ: $g = \frac{4\pi^2 R^3}{r^2 T^2}$. **1 балл.**

Задача 9

перед Колей стояло еще два автобуса. И на ближайшем была надпись:

№ 8 «КОСМОЗО — ПРОСПЕКТ МИРА»

Коля, не колеблясь ни секунды, прыгнул в этот автобус, пробежал через салон, пронесся стрелой сквозь экран и оказался на остановке «Прспект Мира». Там он увидел автобус:

№ 3 «ПРОСПЕКТ МИРА — ГОГОЛЕВСКИЙ БУЛЬВАР»

Как назло, туда входило сразу несколько человек. Пришлось стоять в очереди.

Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостя из будущего»).

В очереди на вход в автобус изначально стоят N человек. За один такт времени человек, стоящий в очереди первым, может сесть в автобус (но может и не сесть). Кроме того, за один такт времени к очереди может присоединиться один новый человек (а может и не присоединиться). Любой обыкновенный пассажир, присоединяясь к очереди, встает в нее последним. Коля, пираты, Алиса и, возможно, другие торопливые пассажиры влезают в середину очереди. Если очередь состояла из четного числа человек (скажем, $2n$), то он встает на место $n + 1$, смещая половину очереди; если очередь состояла из нечетного числа человек (скажем $2n + 1$), то он влезает на место $n + 2$. Напишите программу, которая управляет такой очередью. **1 балл.**

Команды пользователя:

В ответ на команду ``+ N`` программа помещает пассажира с данным номером N в конец очереди.

В ответ на команду ``* N`` программа помещает пассажира с данным номером N в середину очереди (см. условие выше).

В ответ на команду ``-`` программа удаляет первого пассажира из очереди (сажает его в автобус).

Входные данные:

В первой строке входных данных записано число N ($1 \leq N \leq 105$) - количество запросов к программе. Следующие N строк содержат описание запросов в формате:

"`+ i`" - пассажир с номером i ($1 \leq i \leq N$) встает в конец очереди.

"`* i`" – торопливый пассажир с номером i ($1 \leq i \leq N$) встает в середину очереди.

"`-`" - первый пассажир из очереди уходит в автобус. Гарантируется, что на момент такого запроса очередь не пуста. Предполагается, что в начале работы программы очередь пуста.

Выходные данные

Для каждого запроса типа "`-`" программа должна вывести номер пассажира, который должен зайти в автобус.

Пример:

Входные данные

+ 1
+ 2
–
+ 3
* 4
–
–

Выходные данные

1
2
4

Задача 10

Коля Садовский бился у доски, исписав половину свободного пространства, и никак не мог выпутаться из уравнения.

....

И тогда Алиса с места, не вставая – никак не могла научиться, – сказала:

– Икс равен единице.

Кир Булычев. Сто лет тому назад (кинофильм «Гостья из будущего»).

Для проверки математических способностей Алисы учитель математики задала ей следующую задачу. Для некоторых восьми натуральных чисел, больших 1 и не превосходящих 250, вычислили произведение каждых семи из них. Нам известны семь произведений 240240, 258720, 280280, 305760, 480480, 672672 и 1681680. Известно, что восьмое произведение равно одному из этих семи. Найдите эти числа. В ответе укажите их сумму.

Варьируемый параметр – набор произведений.

Он может быть либо 240240, 258720, 280280, 305760, 480480, 672672 и 1681680, либо 120120, 141960, 223080, 312312, 390390, 520520, 780780.

Смешивать наборы нельзя!

Если система такого не позволяет, то надо загрузить два варианта текста задачи.

Решение. Рассмотрим первый набор. Разложим каждое из чисел на простые множители. Получим, что $240240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$; $258720 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11$; $280280 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$; $305760 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11$; $480480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$; $672672 = 2^5 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$; $1681680 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$.

Обозначим исходные числа через x_1, x_2, \dots, x_8 , а недостающее восьмое произведение – через N . Перемножим все восемь произведений, получим, что

$$(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_8)^7 = N \cdot 2^{31} \cdot 3^6 \cdot 5^6 \cdot 7^{12} \cdot 11^6 \cdot 13^6.$$

Это означает, что $N = 2^k \cdot 3^l \cdot 5^m \cdot 7^n \cdot 11^p \cdot 13^q$, где $k = 4 + 7k_1$, $l = 1 + 7l_1$, $m = 1 + 7m_1$, $n = 2 + 7n_1$, $p = 1 + 7p_1$, $q = 1 + 7q_1$.

Поскольку по условию N совпадает с одним из известных произведений, то оно не может содержать степени двойки выше пятой, тройки – выше первой, пятерки – выше первой, семерки – выше второй, одиннадцати – выше первой и тринадцати – выше первой. Значит, $N = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$, а произведение всех восьми чисел равно $X = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$. Предположим, что числа занумерованы так, что первое из произведений не содержит x_1 и т.д. Тогда, например, $x_1 = X : 240240 = 14$. Аналогично получаем, что остальные числа равны соответственно 13, 12, 11, 7, 5, 2, 2, а сумма всех восьми чисел равна 66.

Ответ: 66. Во втором варианте 58. **1 балл.**