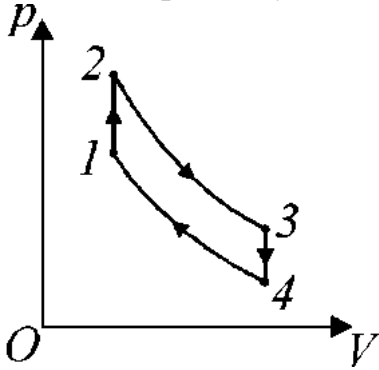


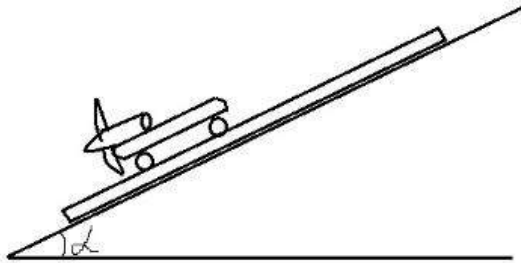
Финальный тур.

КЛАССЫ 10-11

1. Мальчик решил установить на свой беспилотник бензиновый двигатель внутреннего сгорания. В качестве аппроксимации рабочего процесса в двигателе внутреннего сгорания он использует так называемый термодинамический цикл Отто, названный в честь немецкого инженера Николауса Отто. На рисунке изображена pV -диаграмма цикла Отто, проводимого над идеальным газом. Этот цикл состоит из двух изохор $1-2$, $3-4$ и двух адиабат $2-3$, $4-1$. Известно, что работа, совершаемая газом за цикл, в $\alpha = 1,5$ раза больше, чем количество теплоты, отдаваемое газом за цикл холодильнику. Найдите коэффициент полезного действия цикла η .



2. Бензиновый двигатель оказался слишком тяжелым для беспилотника, и мальчик решил попробовать электрический винтовой двигатель на современных аккумуляторах. Для того,

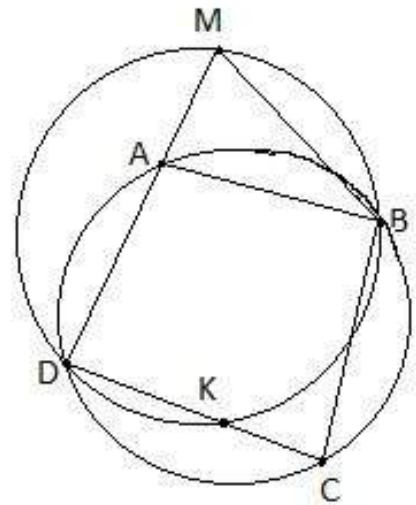


- чтобы протестировать двигатель, мальчик установил его на тележку, которую спускает вниз по доске (двигатель тянет тележку вниз), лежащей на покрытой льдом поверхности горки. При этом винт двигателя создает такое ускорение, что доска остается неподвижной (трение между льдом и доской считайте пренебрежимо малым). Масса электрического двигателя (с аккумуляторами, винтом и т.д.) $m_0 = 1$ кг, масса тележки $m_1 = 2$ кг, масса доски $M = 4$ кг, поверхность горки образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Найдите силу тяги винта (в ньютонах с точностью до десятых).

3. Продолжив свои занятия в кружке, мальчик в команде с другими ребятами запустил на аэростате передатчик телеметрии. При первичном измерении была допущена ошибка – датчик определил свою скорость как $10 + x$ вместо 10. В следующий раз скорость была вычислена на основании предыдущей, так что ошибка стала накапливаться. Зная суммарную относительную ошибку, найдите исходную ошибку x , решив уравнение

$$\frac{10}{(x+10)} + \frac{10 \cdot 9}{(x+10)(x+9)} + \dots + \frac{10 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 1}{(x+10)(x+9) \dots (x+1)} = 11$$

4. В результате ошибок позиционирования аппарат после спуска на землю был утерян. Для его поиска вначале была определена круговая область и четырехугольник $ABCD$ с точками на окружности. Затем, однако, информация о месте посадки была уточнена, в результате чего была определена другая область для поиска (также имеющая форму круга). При этом точка A была смещена в точку M вдоль прямой AD , точка C – в точку K вдоль прямой CD , а точки B и D не менялись, так что получился четырехугольник $MBKD$ с точками на новой окружности (см. рисунок). Найдите AM , если $AB = 6$, $BC = 7$, $CK = 2$.



5. Ребята пытаются провести анализ снимков леса, полученных при последнем запуске. На темно-зеленом фоне леса хорошо видны светло-зеленые прямоугольники – результаты вырубок. Рассмотрим прямоугольный участок леса размера $M \times N$ метров с нижней левой вершиной в начале координат локальной карты и сторонами, параллельными осям координат. Нам известны снимки K прямоугольных вырубок размера 300×300 метров с координатами левой нижней точки (x, y) для каждой вырубki. Найдите площадь сохранившегося леса. Для решения задачи напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая принимает на вход следующие данные:

Первая строка - два натуральных числа M и N – размер лесной области

Вторая строка - натуральное число K – количество снимков с вырубками

K последующих строк – пары натуральных чисел x y – координаты левого нижнего угла снимка

Программа должна вывести натуральное число S – площадь сохранившегося лесного участка в квадратных метрах

Пример. Ввод:

500 500

2

0 0

100 100

Вывод:

110000

б. При анализе космических снимков часто приходится делить точки снимка на два класса: нетронутый лес/вырубка, море/суша и так далее. При этом часто необходимо оценить площадь и периметр области (вырубки, острова, ледника) и т.д.

а) Предположим, Вам доступны снимки с произвольным (каким угодно большим) разрешением. Как бы Вы измерили площадь большого объекта по набору его снимков?

б) Как бы Вы стали измерять

“величину границы” объекта? В Вашем ответе постарайтесь учесть следующее. Мы знаем, что при гомотетии с коэффициентом k площадь треугольников и четырехугольников меняется в k^2 раз. Также происходит и со сложными фигурами, получаемыми при картографировании. Мы знаем, что при такой гомотетии периметры простых фигур (треугольников, четырехугольников и т.п.) меняются в k раз. Оказывается, что границы фигур, получаемых при картографировании ведут себя не так. При изменении масштаба снимка в k раз они меняют свою длину в k^D раз, где D (оно называется фрактальной размерностью границы) отлично от 1 (например, при картографировании побережья Норвегии, это число экспериментально определено равным 1,52, а для побережья Великобритании 1,3).

в) Рассмотрим модельную ситуацию – “береговую линию”, построенную по следующему алгоритму. Вначале взяли отрезок на плоскости с концами $(0,0)$ и $(1,0)$. На первом шаге разбили этот отрезок на три равные части, построили на центральной части, как на основании равносторонний треугольник, основание стерли. На втором шаге с каждым из четырех звеньев полученной ломаной поступили так же. И так далее. Найдите фрактальную размерность этой кривой.

