Задания и решения второго тура отборочного этапа Олимпиады «Ломоносов» по Космонавтике 2017/2018
Разминка
Для всех классов 7-11

1) Сколько високосных лет может быть в течение одного десятилетия?
Варианты ответов. Правильный ответ б)

а) 1;
б) 3;
в) 5;
г) 7.

2) Что служит основной причиной смены сезонов на Земле, т. е. почему бывают зима и лето?
Варианты ответов. Правильный ответ а)

а) наклон оси вращения Земли к плоскости ее орбиты;
б) изменение расстояния от Солнца при движении по эллиптической орбите;
в) изменение прозрачности земной атмосферы, вызванное активностью Солнца;
г) изменение наклона оси вращения Земли к плоскости ее орбиты;

3) Сколько раз в году Солнце на экваторе бывает в зените?
Варианты ответов. Правильный ответ в)
а) ни разу;
б) 1 раз;
в) 2 раза;
г) ежедневно.

4) Почему в течение месяца происходит смена фаз Луны, т. е. наблюдается новолуние, затем первая четверть, полнолуние, последняя четверть и вновь новолуние?
Варианты ответов. Правильный ответ б)
а) по причине прохождения земной тени по лунному диску;
б) по причине изменения взаимного положения Земли, Луны и Солнца;
в) по причине регулярного поворота к Земле обратной (темной) стороны Луны;
г) по причине прохождения по земной поверхности лунной тени.

5) При какой фазе Луны вся ночь бывает лунная?
Варианты ответов. Правильный ответ в)

а) в новолуние;
б) в первую четверть;
в) в полнолуние;
г) в последнюю четверть.

6) Если бы орбита Луны лежала строго в плоскости эклиптики, то солнечные и лунные затмения происходили бы реже или чаще, чем сейчас?
Варианты ответов. Правильный ответ в)

а) вообще не происходили бы;
б) происходили бы реже;
в) происходили бы чаще;
г) происходили бы еженедельно.

7) Почему Сатурн в телескоп выглядит сплюснутым?
Варианты ответов. Правильный ответ а)

а) потому что он действительно сплюснут из-за быстрого вращения;
б) эту иллюзию создает наличие кольца вдоль экватора планеты;
в) по причине сферической аберрации объектива телескопа;
г) из-за эффекта дифференциальной рефракции в атмосфере Земли.

8) Где сегодня по продолжительности день равен ночи?
Варианты ответов. Правильный ответ г)

а) на Международной линии перемены дат;
б) везде;
в) нигде;
г) на экваторе.

9) В какой конфигурации наступает наилучшая вечерняя видимость Меркурия?
Варианты ответов. Правильный ответ а)

а) в период наибольшей восточной элонгации;
б) в период наибольшей западной элонгации;
в) в период верхнего соединения;
г) в период нижнего соединения.

10) Почему во время экспедиций на Луну по программе «Аполлон» (1969-1972 гг.) посадки астронавтов производились только на видимом полушарии Луны?
Варианты ответов. Правильный ответ в)

а) это полушарие представляет наибольший интерес для науки;
б) мощности ракеты не хватало для полета на обратную сторону Луны;
в) чтобы поддерживать радиосвязь с Землей;
г) чтобы с помощью телескопов с Земли могли контролировать работу астронавтов.

7-9 классы

ЗАДАЧА 1

Из какой точки на поверхности Луны должен выехать луноход, чтобы, пройдя 300 км на север, затем 300 км на восток, затем 300 км на юг и 300 км на запад, он оказался в исходной точке? Приведите подробное решение.

Решение. Чтобы луноход оказался в исходной точке, необходимо и достаточно, чтобы длины параллелей, по которым он движется на восток и на запад, были равны. Значит, эти параллели должны отстоять на равное расстояние от экватора. Луноход начинает движение на север, следовательно, он должен находиться в точке, отстоящей от экватора на юг на расстояние, равное половине от длины его пути на север, то есть на 150 км.

Ответ: Из любой точки поверхности, удаленной на 150 км на юг от экватора.

ЗАДАЧА 2

Луноход пытается связаться с Землей. Из-за особенностей рельефа и трудностей связи, зона уверенной связи на поверхности планеты имеет форму многоугольника, причем связь возможна только из точек, имеющих целочисленные координаты. Из точек на границе многоугольника связь невозможна.

Координаты вершин многоугольника - целые числа, всего N вершин. Требуется найти количество точек, из которых можно установить уверенную связь с Землей. Стороны многоугольника друг с другом не соприкасаются (за исключением соседних - в вершинах) и не пересекаются.

Ограничения: 3 <= N <= 100 000, координаты вершин целые и по модулю не превосходят 1 000 000 .

Входные данные

В первой строке содержится число N, в следующих N строках - пары чисел - координаты точек. Если соединить точки в данном порядке, а также соединить первую и последнюю точки, получится заданный многоугольник.

Выходные данные

Вывести одно число - количество точек, лежащих внутри многоугольника и не лежащих при этом на его границе.

Примеры

Входные данные

4

1 1

1 3

3 3

3 1

Выходные данные

1

Решение: Участнику позволяется неограниченное количество раз загружать на сервер свой программный код и запускать автоматическое тестирование программы на случайных примерах.

Ответ: Программный код, загруженный на сервер олимпиады. Тестирование кода на работоспособность проводится автоматически на случайных примерах.

ЗАДАЧА 3

Освоенный участок лунной поверхности имеет форму квадрата *ABCD* со стороной y км.[#] От середины отрезка *AB*(точка *K)* до середины отрезка *CD*(точка *N)* проложена дорога по прямой - отрезок *KN*. Луноход выезжает из точки *A*, выбирает на этом отрезке две точки Lи M и движется по маршруту *ALCM*так, что площади четырехугольников *ABCL*, *ALCM* и *AMCD* равны. Найдите расстояние *LM*.Дайте численный ответ в км, округлив до двух знаков после запятой (например, 2,29).

Решение. Из условия задачи следует, что точка Lлежит между точками Kи M. Поскольку площади четырехугольников *ABCL* и *AMCD* равны, то $KL = MN$. Обозначим длину каждого из этих отрезков через x, тогда $LM = y - 2x$. Очевидно, что $S_{ABCL} = S_{\Delta AKL} + S_{KBCN} - S_{\Delta LCN} = \frac{xy}{4} + \frac{y^2}{2} - \frac{y(y-x)}{4} = \frac{y^2}{4} + \frac{xy}{2}$. Далее, $S_{ALCM} = 2S_{\Delta LCM} = 2(S_{\Delta LCN} - S_{\Delta MCN}) = 2\left(\frac{y(y-x)}{4} - \frac{xy}{4}\right) = \frac{y^2}{2} - xy$. Приравнивая площади, получаем, что $x = \frac{y}{6}$, следовательно, $LM = y - 2x = \frac{2y}{3}$.

Ответ:$\frac{2y}{3}$.

ЗАДАЧА 4

Для наблюдателя на Земле видимая звездная величина Луны в полнолуние равна -12,7^m. А какой бы она была, если бы система Земля-Луна располагалась в поясе Койпера, например, у орбиты Плутона? Расстояние от Солнца до Плутона принять равным 40 а. е. Приведите подробное решение.

Решение: Пусть L_1 и L_2 – освещенности Земли Луной, а m_1 *и* m_2 - видимые звездные величины Луны в первом и во втором случае. Тогда

$$m_1 - m_2 = -2{,}5 \lg \frac{L_1}{L_2}.$$

Световой поток, падающий на Землю с Луны прямо пропорционален освещенности Луны Солнцем $L_1 = kE_1$, $L_2 = kE_2$ (коэффициент пропорциональности в первом и во втором случае одинаков). Освещенность вычислим по формуле освещенности от точечного источника

$$E = \frac{I \cdot \cos\theta}{r^2},$$

где I – сила света, а θ - угол падения лучей на поверхность Луны (при вычислении видимой звездной величины он берется равным 90°). Таким образом,

$$m_2 = m_1 + 5 \lg \frac{r_2}{r_1} = -12{,}7 + 5 \lg 40 \approx -4{,}69.$$

[#] Параметр $y \in [2; 6]$ был варьируемым в зависимости от варианта.

Ответ: -4,7^m. (Принимается и -4,69^m как более точный ответ)

ЗАДАЧА 5

Когда в понедельник, второго апреля, я пролетал вблизи Бетельгейзе - метеорит, размером не больше фасолины, пробил обшивку, вывел из строя регулятор мощности и повредил рули – ракета потеряла управление.

Станислав Лем,
Звездные дневники Ийона Тихого.
Путешествие седьмое: 147 вихрей

Чтобы не допустить перегрева пробитого метеоритом реактора, Ийон Тихий поставил на него ведро с холодной водой. Для нагревания этой воды от температуры $t_1 = 10^\circ$ С до температуры $t_2 = 100^\circ$С понадобилось время τ мин. При этом к воде ежесекундно подводилось одинаковое количество теплоты. Затем за время τ_1 вся эта вода выкипела.[#] Чему равно τ, если скорость подвода теплоты не меняется? Теплообменом воды с окружающими телами можно пренебречь. Удельная теплоёмкость воды c = 4,2 Дж/г/К. Удельную теплоту парообразования воды примите равной r = 2,3 МДж/кг. Ответ дайте в минутах с точностью до десятых долей минуты (например, 95,2).

Решение. Согласно формулам расчета удельной теплоемкости и удельной теплоты парообразования, $c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}$, $1000r = \frac{Q_1}{m}$, где m–масса воды, Qи Q_1соответствующие количества теплоты. Поскольку количество теплоты пропорционально времени подвода тепла, то $\frac{\tau}{\tau_1} = \frac{Q}{Q_1} = \frac{cm(t_2 - t_1)}{1000rm}$, откуда $\tau = \tau_1 \frac{c(t_2 - t_1)}{1000\ r}$.

Ответ:$\tau = \tau_1 \frac{c(t_2 - t_1)}{1000\ r}$ мин.

ЗАДАЧА 6

...ракета между тем неслась вслепую, то и дело попадая в гравитационные вихри.

Станислав Лем,
Звездные дневники Ийона Тихого.
Путешествие седьмое: 147 вихрей

Чтобы не пострадать от летающих по ракете предметов, перед прохождением очередного вихря Ийон Тихий привязал себя к стулу и закрепил все тяжелые предметы. Первоначально недеформированная пружина, которая удерживала ящик с инструментами, при прохождении вихря медленно растянулась на некоторую величину x, совершив работу $A_1 = 1$Дж. Затем растяжение пружины дополнительно увеличилось еще на величину nx. Какая работа A_2 была совершена при дополнительном растяжении пружины, если $n = ...$?[##]

Решение. Согласно закону Гука, работа, совершаемая силой упругости, равна $A = \frac{k(l_2)^2}{2} - \frac{k(l_1)^2}{2}$, где l_1и l_2 – соответственно начальное и конечное растяжение пружины. Отсюда $A_1 = \frac{kx^2}{2}$, $A_2 = \frac{k(x+nx)^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{kx^2}{2} n(n+2) = n(n+2)A_1$.

[#] Параметр $\tau_1 \in [6; 15]$ был варьируемым в зависимости от варианта.
[##] Параметр $n \in [1{,}6; 2{,}4]$ был варьируемым в зависимости от варианта.

Ответ: $A_2 = n(n+2)A_1$ Дж.

ЗАДАЧА 7

Там говорилось о феноменах так называемой петли времени, то есть об искривлении вектора времени в пределах особенно мощных гравитационных полей; это явление может иногда привести даже к тому, что время повернет вспять и произойдет так называемое удвоение настоящего.

Станислав Лем,
Звездные дневники Ийона Тихого.
Путешествие седьмое: 147 вихрей

В результате попадания в петлю времени Ийон Тихий, летевший в ракете один, утром во вторник увидел двух дублей самого себя, из завтрашнего и послезавтрашнего дней. Вторничный Ийон Тихий съел $x\%$ дневного запаса питания, «средовый» съел y% остатка,[#] а «четверговый» доел оставшиеся 2,5кг. Сколько кг питания было всего? Приведите полное решение.

Решение. Пусть A – исходная масса питания (в килограммах). Тогда «вторничный» Ийон съел $\frac{x}{100}A$кг, а «средовый»: $\frac{y}{100}\left(1-\frac{x}{100}\right)A$. Получаем уравнение $\frac{x}{100}A+\frac{y}{100}\left(1-\frac{x}{100}\right)A+2{,}5=A$, откуда $A=\frac{25000}{(100-\mathrm{x})(100-\mathrm{y})}$.

Ответ: $\frac{25000}{(100-\mathrm{x})(100-\mathrm{y})}$ кг

ЗАДАЧА 8

На поверхности планеты заданы две точки своими широтой и долготой. Найти минимальную длину пути по поверхности этой планеты из одной точки в другую.

Входные данные

В первой строке находится число R - радиус планеты, во второй строке заданы широта и долгота первой точки, в третьей строке - широта и долгота второй точки. Широта в градусах от -90 до 90, долгота в градусах от -180 до 180, 100 <= R <= 10 000, все числа вещественные.

Выходные данные

Вывести длину пути с двумя знаками после запятой.

Примеры

Входные данные

3437.5

-45 -45

45 -45

[#] Параметры $x, y \in [20; 40]$ были варьируемыми в зависимости от варианта.

Выходные данные

5399.61

Решение: Участнику позволяется неограниченное количество раз загружать на сервер свой программный код и запускать автоматическое тестирование программы на случайных примерах.

Ответ: Программный код, загруженный на сервер олимпиады. Тестирование кода на работоспособность проводится автоматически на случайных примерах.

ЗАДАЧА 9

> Когда я пришел в себя, каюта была набита людьми.
> Передвигаться по ней было почти невозможно.
> Как оказалось, все они были мною из разных дней, недель, месяцев,
> а один, кажется, даже из будущего года...
>
> Но в промежутке мы успели пройти сквозь отрицательный вихрь,
> уменьшивший наше количество наполовину.
>
> Станислав Лем,
> Звездные дневники Ийона Тихого.
>
> Путешествие седьмое: 147 вихрей

Каждый положительный вихрь удваивает количество Ийонов, а каждый отрицательный – уменьшает на 3 (при этом, если число Ийонов в ракете меньше четырех, то ракета становится пустой). Известно, что вихрей было не меньше одного и не больше 147. Сколько Ийонов может оказаться в ракете, если в начале путешествия Ийон был один? Варианты ответа 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 45, 147.

Решение: Будем оперировать последовательностями, где номер члена – это номер вихря, а элемент – количество Ийонов в ракете после данного вихря. Приведем примеры

1-2-4; 1-2-4-8-5; 1-2-4-8-5-10-7; 1-2-4-8; 1-2-4-8-5-10; 1-2-4-8-5-10-7-14-28-25.

Числа 6, 9, 45 и 147 не могут быть ответами, поскольку все они делятся на три, а наша последовательность таких чисел не содержит. Докажем этот факт по индукции: первый элемент последовательности не делится на три по условию; если -й член последовательности не делится на три, то и следующий член, равный либо $2n$, либо $n - 3$, на три не делится.

Ответ: 4, 5, 7, 8, 10, 25.

ЗАДАЧА 10

> Потом говорили, что эту историю я выдумал, а злопыхатели позволяли
> себе распространять гнусные сплетни, будто я питаю слабость к алкоголю и,
> тщательно скрывая это на Земле, предаюсь своему пороку в течение долгих
> лет космических путешествий.
>
> Станислав Лем,
> Звездные дневники Ийона Тихого.
>
> Путешествие седьмое: 147 вихрей

В память о путешествии Ийон Тихий заказал изготовить золотой гаечный ключ. Однако мастер, питая к Ийону зависть, вместо чистого золота использовал сплав золота и меди. Ключ имеет массу $m = 1{,}6$ кг и объем[#] $V = \ldots$ дм^3. Считая, что объем сплава равен суммарному объему исходных компонент, определите массу m_1 золота в этом изделии. Плотность золота $\rho_1 = 19{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность меди $\rho_2 = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Ответ дайте в кг с точностью до двух знаков после запятой (например, 0,76).

Решение. Поскольку $m = \rho V$, то $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$, $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$. Из условия $V = V_1 + V_2$ получаем, что

$\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m - m_1}{\rho_2} = V$, откуда $m_1 = \dfrac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2}\left(m - V\rho_2\right)$.

Ответ: $m_1 = \dfrac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2}\left(m - V\rho_2\right)$

#