

**Задания и решения первого тура отборочного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по Космонавтике 2017/2018**

Разминка

Для всех классов 7-11.

- 1) Какой физический эффект позволил обнаружить гравитационные волны?
Варианты ответов. Правильный ответ в)
 - а) колебания земной поверхности;
 - б) изменение ускорения свободного падения ;
 - в) интерференция луча света;**
 - г) изменение скорости распространения звука в воздухе.

- 2) Сколько землян в данный момент находится в космосе?
Варианты ответов. Правильный ответ г)
 - а) двое;
 - б) трое;
 - в) четверо;
 - г) шестеро.**

- 3) Какую минимальную скорость должен развить космический аппарат, чтобы выйти на околоземную орбиту?
Варианты ответов. Правильный ответ в)
 - а) скорость звука;
 - б) скорость света;
 - в) первую космическую скорость;**
 - г) вторую космическую скорость.

- 4) В каком году на поверхность Луны был доставлен первый космический аппарат?
Варианты ответов. Правильный ответ а)
 - а) в 1959-м;**
 - б) в 1961-м;
 - в) в 1966-м;
 - г) в 1969-м.

- 5) В каком году получена первая фотография обратной стороны Луны?
Варианты ответов. Правильный ответ а)
 - а) в 1959-м;**
 - б) в 1961-м;
 - в) в 1966-м;
 - г) в 1969-м.

- 6) В каком году началось строительство международной космической станции, которая в данный момент находится на орбите?
Варианты ответов. Правильный ответ б)
 - а) в 1989-м;
 - б) в 1998-м;**
 - в) в 2003-м;
 - г) в 2011-м.

- 7) На какой высоте летает международная космическая станция?
Варианты ответов. Правильный ответ б)
 - а) 100 км;
 - б) 400 км;**
 - в) 1400 км;

г) 6400 км.

- 8) На какой высоте находится граница между земным пространством и космосом, принятая международной федерацией астронавтики и почему?

Варианты ответов. Правильный ответ б)

а) 800 км. Потому, что это верхняя граница термосферы;

б) 100 км. Потому, что выше этой границы скорость летящего самолета должна превышать первую космическую скорость.

в) 50 км. Потому, что это верхняя граница стратосферы;

г) 38 км. Потому, что это максимальная высота полета самолета, достигнутая на данный момент.

- 9) Какую форму имеет капля воды в невесомости?

Варианты ответов. Правильный ответ а)

а) шар;

б) куб;

в) тор;

г) в невесомости вообще нет воды.

- 10) Работает ли магнитный компас на космическом корабле, находящемся на околоземной (до 500 км) орбите?

Варианты ответов. Правильный ответ а)

а) да, стрелка по-прежнему направлена к магнитному полюсу Земли;

б) работает, но стрелка направлена на Солнце;

в) не работает (стрелка движется хаотично);

г) работает, но стрелка направлена в центр Земли.

7-9 классы

ЗАДАЧА 1

Из какой точки на поверхности Луны должен выехать луноход, чтобы, пройдя 35 км на север, затем 20 км на восток, а затем 35 км на юг, он оказался в исходной точке? Приведите подробное решение.

Решение: Вне зависимости от расстояний, данных в условии, подходит южный полюс. Движение по любому меридиану является движением на север (вначале) и на юг (в конце). Движение по параллели не меняет расстояния до полюса.

Если стартовая точка не является южным полюсом, то эта точка является ответом к задаче в том и только в том случае, если начало и конец пути по параллели совпадают. Пусть l - длина параллели.

Тогда $\frac{20}{l} = n$ – натуральное число (количество оборотов). Пусть $R = 1737,1$ км - радиус Луны.

Таким образом, длина параллели $l \leq 20$ много меньше радиуса, а значит, параллель должна находиться вблизи полюса (либо северного, либо южного). Вблизи полюсов поверхность можно считать плоской. Длина окружности радиуса 35 с центром в южном полюсе уже превосходит 20 (минимально возможную длину параллели). При смещении точки старта из южного полюса длина соответствующей окружности только возрастет. Следовательно, в окрестности южного полюса других решений нет. Пусть стартовая точка находится на расстоянии x от северного полюса. Тогда $l = 2\pi(x - 35) = \frac{20}{n}$. Отсюда $x = 35 + \frac{10}{\pi n}$.

Ответ: Из южного полюса Луны, а также из любой точки лунной поверхности, удаленной от северного полюса Луны на $(35 + 10/\pi n)$ км, где $n = 1, 2, 3, \dots$ [Если ученик предложит сферическое решение, то еще лучше.]

ЗАДАЧА 2

Луноход умеет передвигаться, исполняя заранее заданную программу. Программа может состоять из команд: сделать шаг на Юг, на Север, на Восток или на Запад. Луноход исполняет программу строго последовательно и, дойдя до конца программы, останавливается. Сколькими различными способами, выполняя программу, состоящую из K инструкций, луноход может добраться в точку с координатами (X, Y) из начала координат?

Оси координат располагаются параллельно сторонам света, и единица измерения, соответствует одному шагу робота. Напишите программу, которая дает ответ на этот вопрос.

Входные данные:

Программа считывает три числа K, X и Y ($0 \leq K \leq 16, |X|, |Y| \leq 16$), разделенные пробелами.

Выходные данные:

Ваша программа должна напечатать одно число – количество программ для робота.

Пример:

Входные данные

4 0 0

Выходные данные

36

Решение: Участнику позволяет неограниченное количество раз загружать на сервер олимпиады свой программный код и запускать автоматическое тестирование программы на случайных примерах.

Ответ: Программный код, загруженный на сервер олимпиады. Тестирование кода на работоспособность проводится автоматически на случайных примерах.

ЗАДАЧА 3

Освоенный участок лунной поверхности имеет форму треугольника ABC . В вершине B находится космический корабль, в точке C – лунная станция, в точке A – излучатель. От станции к кораблю проложена прямая дорога. На этой дороге выбрана точка H – ближайшая к излучателю, а на полпути от точки H до излучателя, в точке M , установлена антенна. В данный момент луноход находится на станции. Он начинает движение по отрезку CA , в какой-то момент, не дойдя до A , делает поворот и продолжает движение по прямой линии, проходящей через M , до пересечения с отрезком AB . Здесь луноход снова поворачивает, движется по прямой AB до корабля, а затем возвращается на станцию по дороге BC . Какова наибольшая площадь участка, который может объехать луноход при этих

условиях, если $AH=12$ км, а отрезки BH и CH равны y км и z км соответственно.[#] Участок поверхности считаем плоским. Дайте численный ответ в км² с точностью до двух знаков после запятой (например 10,29).

Решение: Из условия задачи следует, что AH - высота треугольника ABC , точка M - середина AH . Пусть $CKLB$ - искомый четырехугольник, где точка K лежит на стороне AC , а точка L - на стороне AB . Тогда $M \in KL$. Известно, что площадь S_{AKL} является наименьшей ровно тогда, когда $ML = MK$. Отсюда $AK = LH$, $AL = KH$, прямые AK и LH параллельны, прямые AL и KH также параллельны. Это означает подобие треугольников ABC и LBH , откуда

$$\frac{LH}{AC} = \frac{y}{y+z}, \quad \frac{AK}{AC} = \frac{y}{y+z}.$$

Аналогично

$$\frac{AL}{AB} = \frac{z}{y+z}.$$

Поскольку

$$\frac{S_{ALK}}{S_{ABC}} = \frac{AL \cdot AK}{AB \cdot AC}$$

то

$$S_{ALK} = \frac{yz}{(y+z)^2} S_{ABC} = \frac{6yz}{y+z}.$$

Значит,

$$S_{CKLB} = S_{ABC} - S_{ALK} = 6(y+z) - \frac{6yz}{y+z} = 6\left(y+z - \frac{yz}{y+z}\right).$$

Ответ: $6\left(y+z - \frac{yz}{y+z}\right)$.

ЗАДАЧА 4

Для наблюдателя на Земле Солнце имеет видимую звездную величину $-26,7^m$, а полная Луна $-12,7^m$. Определите, во сколько раз сильнее Солнце освещает поверхность Плутона, чем полная Луна – поверхность Земли. Расстояние от Солнца до Плутона принять равным 40 а.е. Приведите подробное решение.

Решение: Пусть L_1 и L_2 – освещенности Земли Луной и Плутона Солнцем соответственно (согласно условию задачи фаза Луны предполагается максимальной, а поглощением света атмосферой Земли пренебрегаем). Пусть m_1 и m_2 - соответствующие видимые звездные величины. Тогда

$$m_1 - m_2 = -2,5 \lg \frac{L_1}{L_2}.$$

[#] Параметры $y \in [2,6]$ и $z \in [2,6]$, $y \neq z$, были варьируемыми в зависимости от варианта

Пусть M - абсолютная звездная величина Солнца. Тогда

$$m = M - 5 \lg \frac{d}{d_0},$$

где d – расстояние от Солнца до наблюдателя (в парсеках), а $d_0 = 10$ пк. Подставляя сюда расстояния от Солнца до Земли и от Солнца до Плутона, получим

$$m_2 = -26,7 + 5 \lg 40.$$

Отсюда

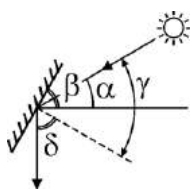
$$\frac{L_2}{L_1} = 10^{(-12,7+26,7-5 \lg 40)/2,5} \approx 250.$$

Ответ: в 250 раз.

ЗАДАЧА 5

Высота Солнца над горизонтом составляет угол α градусов. Под каким углом β к горизонту следует расположить плоское зеркало для того, чтобы осветить солнечными лучами дно глубокого вертикального колодца? Дайте ответ в градусах (например, 46).

Решение:



Ход луча, падающего на зеркало и отраженного от него, изображен на рисунке.

Видно, что угол между падающим лучом и нормалью к зеркалу равен

$$\gamma = \frac{1}{2}(90^\circ + \alpha) = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}.$$

По закону отражения угол между падающим лучом и нормалью к зеркалу равен углу между отраженным лучом и нормалью, т.е. $\gamma = \delta$.

Согласно теореме о равенстве углов с взаимно перпендикулярными сторонами, $\beta = \delta$. Таким

образом, $\beta = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$.

Ответ: $\beta = 45 + \alpha/2$.

ЗАДАЧА 6

Когда в понедельник, второго апреля, я пролетал вблизи Бетельгейзе - метеорит, размером не больше фасолины, пробил обшивку, вывел из строя регулятор мощности и повредил рули – ракета потеряла управление.

Станислав Лем,
Звездные дневники Ийона Тихого.
Путешествие седьмое: 147 вихрей

Чтобы не допустить перегрева пробитого метеоритом реактора, Ийон Тихий поставил на него ведро с холодной водой. Для нагревания этой воды от температуры $t_1 = 20$ °С до температуры $t_2 = 100$ °С понадобилось время τ мин.[#] При этом к воде ежесекундно подводилось одинаковое количество теплоты. За какое время τ_1 вся эта вода выкипит, если скорость подвода теплоты не изменится?

[#] Параметр $\tau \in [6,15]$ был варьируемым в зависимости от варианта.

Теплообменом воды с окружающими телами можно пренебречь. Удельная теплоёмкость воды $c = 4,2$ Дж/(г·К). Удельную теплоту парообразования воды примите равной $r = 2,3$ МДж/кг. Ответ дайте в минутах с точностью до десятых долей минуты (например, 95,2).

Решение: Для нагрева воды необходимо количество теплоты $(t_2 - t_1)cm = N\tau$, где N – количество теплоты, подводимое к воде в единицу времени. Искомое время найдём из уравнения: $N\tau_1 = 1000 \cdot rm$.

Ответ: $\tau_1 = \tau \frac{1000 \cdot r}{c(t_2 - t_1)} \approx 6,845 \cdot \tau$.

ЗАДАЧА 7

Там говорилось о феноменах так называемой петли времени, то есть об искривлении вектора времени в пределах особенно мощных гравитационных полей; это явление может иногда привести даже к тому, что время повернет вспять и произойдет так называемое удвоение настоящего.

Станислав Лем,
Звездные дневники Ийона Тихого.
Путешествие седьмое: 147 вихрей

В результате попадания в петлю времени Ийон Тихий, летевший в ракете один, утром во вторник увидел двух дублей самого себя, из завтрашнего и послезавтрашнего дней. Вторничный Ийон Тихий хочет починить рули ракеты и для этого перекладывает гаечные ключи из ящика в карманы скафандра. Вначале в ящике лежат 32 ключа. Каждый ключ «вторничный» Тихий сначала в течение 15 секунд ищет в ящике, а затем в течение 20 секунд укладывает в карман скафандра. «Средовый» и «четверговый» Ийоны Тихие мешают ему. Дождавшись момента, когда «вторничный» Ийон начинает искать в ящике очередной ключ, один из дублей (но не оба) может вытащить из скафандра один ключ (на это ему требуется ровно 15 секунд). После этого, на то, чтобы спрятать украденный ключ, у «средового» уходит 105 секунд, после чего он готов украсть из скафандра следующий ключ, а «четверговый» прячет ключ за 225 секунд. Какое наименьшее число ключей может оказаться в кармане скафандра в тот момент, когда «вторничный» Ийон положит туда последний ключ?

Решение: Назовем циклом последовательность двух действий – «Вторничный» выбирает ключ в ящике и кладет его в карман. Продолжительность цикла 35 секунд. По условию, воровать ключ каждый из Ийонов может только в начале цикла. Тогда у «Средового» на один ключ уходит 4 цикла или 140 секунд, а у «Четвергового» - 7 циклов или 245 секунд. Воровать ключи Ийоны могут начать только со второго цикла. Тогда за оставшиеся 31 цикл «Средовый» может украсть максимум 8 ключей, а «Четверговый» - максимум 5 ключей, так что в кармане будут лежать минимум 19 ключей. Остается показать, что это возможно, предъявив последовательность действий.

Пусть «Средовый» ворует в циклы 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, а «Четверговый» - в циклы 2, 9, 16, 24, 32.

Ответ: 19.

ЗАДАЧА 8

...ключ вырвался у меня из-под ноги и умчался в космическое пространство...

Став спутником ракеты, он напоминал мне о поражении и не приближался к ней настолько, чтобы я мог его схватить.

...выброшенная за борт говядина, вместо того чтобы улететь в пространство, не хотела расставаться с ракетой и кружила около нее, как второй искусственный спутник.

Станислав Лем,
Звездные дневники Ийона Тихого.
Путешествие седьмое: 147 вихрей

Два спутника движутся по кольцевой орбите длины L в противоположных направлениях. В момент начала наблюдения они находятся в одной точке и движутся с постоянными скоростями v_1 и v_2 соответственно. Требуется определить, на каком расстоянии друг от друга они окажутся в момент времени T .

Формат входных данных

На вход подаются 4 натуральных числа L , v_1 , v_2 , T , разделенных пробелом. Для простоты все числа не превосходят 100.

Формат выходных данных

Выведите расстояние между спутниками в момент времени T – длину кратчайшей из двух дуг дороги между спутниками.

Пример

Входные данные	Выходные данные
10 1 2 1	3
10 2 3 2	0

Решение: Участнику позволяет неограниченное количество раз загружать на сервер свой программный код и запускать автоматическое тестирование программы на случайных примерах.

Ответ: Программный код, загруженный на сервер олимпиады. Тестирование кода на работоспособность проводится автоматически на случайных примерах.

ЗАДАЧА 9

Когда я пришел в себя, каюта была набита людьми.
Передвигаться по ней было почти невозможно.
Как оказалось, все они были мною из разных дней, недель, месяцев,
а один, кажется, даже из будущего года...

Но в промежутке мы успели пройти сквозь отрицательный вихрь,
уменьшивший наше количество наполовину.

Станислав Лем,
Звездные дневники Ийона Тихого.
Путешествие седьмое: 147 вихрей

Каждый положительный вихрь удваивает количество Ийонов, а каждый отрицательный – уменьшает на 3 (при этом, если число Ийонов в ракете меньше четырех, то ракета становится пустой). Известно, что вихрей было не меньше одного и не больше 147. Сколько вихрей могла пройти ракета всего, если в начале и в конце путешествия Ийон был один?

Решение: Будем оперировать последовательностями, где номер члена – это номер вихря, а элемент – количество Ийонов в ракете после данного вихря. Заметим, что условиям задачи удовлетворяет подпоследовательность 1-2-4-1. Таким образом, если какое-либо число x является решением, то решением является и число $x+3$. Приведем примеры

1-2-4-1;

1-2-4-8-5-2-4-1;

1-2-4-8-5-10-7-4-1.

Из них следует, что решениями являются число 3 (а значит все числа вида $3 + 3n$); число 7 (а значит все числа $7 + 3n$) и число 8 (а значит все числа $8 + 3n$). Под вопросом остаются числа 1, 2, 4 и 5.

Перебором всех вариантов

1-2-4-(1 или 8)-(2 или 5 или 16)-(4 или 2 или 10 или 13 или 32)

убеждаемся, что эти числа ответами не являются.

Ответ: все числа от 1 до 147, кроме 1, 2, 4 и 5.

ЗАДАЧА 10

Потом говорили, что эту историю я выдумал, а злопыхатели позволяли себе распространять гнусные сплетни, будто я питаю слабость к алкоголю и, тщательно скрывая это на Земле, предаюсь своему пороку в течение долгих лет космических путешествий.

Станислав Лем,
Звездные дневники Ийона Тихого.
Путешествие седьмое: 147 вихрей

В память о путешествии Ийон Тихий заказал изготовить золотой гаечный ключ. Однако мастер, питая к Ийону зависть, вместо чистого золота использовал сплав золота и меди. Ключ имеет массу m кг[#] и плотность $\rho = 16,8 \cdot 10^3$ кг/м³. Считая, что объем сплава равен суммарному объему исходных компонент, определите массу m_1 золота в этом изделии. Плотность золота $\rho_1 = 19,3 \cdot 10^3$ кг/м³, плотность меди $\rho_2 = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³. Ответ дайте в кг с точностью до двух знаков после запятой (например, 0,76).

Решение: Обозначим через V_1 и V_2 объемы золота и меди в изделии. По условию объем изделия $V = V_1 + V_2$. Масса тела, его плотность и объем связаны соотношением $m = \rho V$. Следовательно,

$$\frac{m}{\rho} = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}$$

Так как масса изделия равна сумме масс золота и меди: $m = m_1 + m_2$, то

$$\frac{m}{\rho} = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m - m_1}{\rho_2}$$

Отсюда

$$m_1 = m \frac{\rho_1(\rho - \rho_2)}{\rho(\rho_1 - \rho_2)}.$$

[#] Параметр $m \in [1,1; 1,8]$ был варьируемым в зависимости от варианта.

Ответ: $m_1 = m \frac{\rho_1(\rho - \rho_2)}{\rho(\rho_1 - \rho_2)}$.