

**Задания и решения заключительного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по Космонавтике 2017/2018
10-11 классы**

Вариант 2

1. Во время своего очередного путешествия Ийон Тихий стартовал с Земли и, двигаясь с постоянной скоростью, прибыл на планету Панту в полдень 1 апреля. В пути он подсчитал, что если бы его скорость была на 20% больше, он прилетел бы ровно на 4 дня раньше. Какого числа Ийон Тихий покинул Землю?

Ответ: 8 марта.

Решение: Пусть v_1 - скорость Ийона. Если $v_2 = v_1 + 20\%v_1 = 1,2v_1$, то $t_2 = t_1:1,2 = \frac{5}{6}t_1$. Тогда $t_1 - t_2 = \frac{1}{6}t_1 = 4$, а значит Ийон был в пути 24 дня.

2. Планета двигалась по круговой орбите радиуса $R = 26$ астрономических единиц, но внезапно остановилась и начала падать на Солнце. Через какое время t (суток) она достигнет поверхности Солнца? (Считайте, что R много больше радиуса Солнца.)

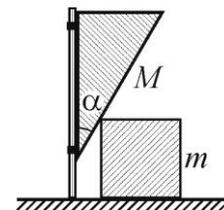
Ответ: $t = 64,6 R^{3/2}$.

Решение: Падение по радиусу к Солнцу с расстояния R можно представить как движение по предельно сжатому эллипсу с большой полуосью $a = R/2$. Время падения t равно половине орбитального периода P на этой орбите. Значение P легко определяется из 3-го закона Кеплера путем сравнения с движением Земли: $(P / 1 \text{ год})^2 = (a / 1 \text{ а. е.})^3$. Отсюда $t = P/2 = 0,5 \text{ года } (R / 2 \text{ а. е.})^{3/2} = 0,177 \text{ года } (R / 1 \text{ а. е.})^{3/2} = 64,6 \text{ суток } (R / 1 \text{ а. е.})^{3/2}$

3. Вес выводимого на орбиту спутника не превышает 1 тонны. Одна ракета-носитель может вывести на орбиту не более 4 тонн полезной нагрузки.
- 3.1. Докажите, что группировку спутников общей массой 36 тонн можно вывести на орбиту не более чем за 11 пусков.
- 3.2. Напишите алгоритм, распределяющий спутники по запускам в условиях этой задачи, на вашем любимом языке программирования или на естественном языке (опечатки не караются!).

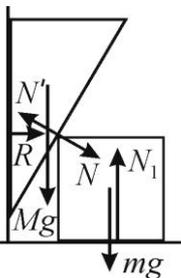
Решение: Ракету нагружаем до тех пор, пока масса груза не превысит 4т. После этого снимаем один спутник и откладываем его в сторону. За восемь стартов мы отложим в сторону не более 8 спутников, а на складе останется менее 4т. груза, который запустим на девятый старт. За десятый и одиннадцатый старт запустим оставшиеся 8 спутников.

4. Клин массой $M = 1$ кг с углом $\alpha = 30^\circ$ при вершине может двигаться поступательно по вертикальным направляющим. Боковой стороной он касается кубика массой $m = 0,9$ кг, лежащего на горизонтальной поверхности стола. Найдите ускорение a , с которым будет двигаться клин, если его отпустить. Трением между всеми поверхностями можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ округлите до одного знака после запятой.



Ответ:
$$a = \frac{Mg}{M + mtg^2 \alpha}$$

Решение: Модули и направления сил, действующих на клин и кубик, изображены на рисунке, где приняты следующие обозначения: Mg и mg – модули сил тяжести, N и N' – модули сил взаимодействия клина и кубика, N_1 – модуль силы реакции стола, R – модуль силы реакции вертикальных направляющих. Силы \vec{N} и \vec{N}' направлены перпендикулярно поверхности клина, так как трением можно пренебречь. По третьему закону Ньютона $N' = N$. Обозначив через a и a_1 ускорения клина и кубика, запишем уравнения движения этих тел: $Ma = Mg - N \sin \alpha$, $ma_1 = N \cos \alpha$. Перемещения кубика



и клина за любой промежуток времени связаны соотношением $x = y \operatorname{tg} \alpha$. Отсюда следует, что $a_1 = a \operatorname{tg} \alpha$. Исключая из уравнений движения N и используя соотношение между величинами

$$a = \frac{Mg}{M + m \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

ускорений клина и кубика, получаем, что

5. Бортовой компьютер вышел из строя и вместо любого числа выводит на экран только его последнюю цифру. Компьютеру была дана задача: вычислить $22^{88} + 88^{22}$. Какую цифру он выведет на экран?

Ответ: 0.

Решение: Так как $22^n = (20 + 2)^n = 10p + 2^n$, то последняя цифра числа 22^n равна последней цифре числа 2^n . Для $n = 1$ она равна 2, для $n = 2$ она равна 4, $n = 3$ она равна 8, $n = 4$ она равна 6, $n = 5$ она равна 2. Далее цифры повторяются по циклу, т.е. для $n = 88$ последняя цифра равна 6. Аналогично, последняя цифра числа 88^n совпадает с последней цифрой числа 8^n . Для $n = 1$ она равна 8, для $n = 2$ она равна 4, $n = 3$ она равна 2, $n = 4$ она равна 6, $n = 5$ она равна 8, далее вновь повторяется по циклу, так что последняя цифра числа 8^{22} равна 4.

6. Космонавты, находящиеся на борту международной космической станции (МКС), проводят открытый урок по физике для учащихся седьмых – одиннадцатых классов. Предложите эксперимент, который они бы могли продемонстрировать. Опишите (в свободной форме, в объеме двух – трех страниц) сам эксперимент, его физическую подоплеку, укажите, почему его интересно провести именно на борту МКС (ссылки на соответствующие законы физики приветствуются).

Критерии.

Задачи 3.1 и 3.2 оценивались независимо.

За каждую из задач 1)-5) выставлялись оценки “+” – решена верно, “+.” – есть несущественные ошибки (приравнивается к “+”), “+/-” – решение, в целом, верное, “-/+” – есть верная идея решения.

Оценка за задачу 6) складывалась из оценок: эксперимент может быть проведен: да/нет=1/0, учтена специфика МКС: да/нет=1/0, есть физическое обоснование да/не полное/нет=2/1/0, эксперимент полностью описан в работе: да/нет=1/0. Полученная сумма учитывалась по правилу 5=“+”, 4 и 3=“+/-”, 2 и 1=“-/+”.

Критерии общей оценки:

есть 6 плюсов=100;

ровно 5 плюсов и не менее одного плюс/минус=95;

ровно 5 плюсов, нет плюс/минус=90;

ровно 4 плюса и хотя бы один плюс/минус=85;

ровно 4 плюса, нет плюс/минус=80;

ровно 3 плюса и не менее 3 плюс/минус=75;

ровно 3 плюса и ровно 2 плюс/минус=70;

ровно 3 плюса и ровно один плюс/минус=65;

ровно 3 плюса, нет плюс/минус=60;

ровно 2 плюса и не менее 4 плюс/минус=55;

ровно 2 плюса и ровно 3 плюс/минус=50;

ровно 2 плюса и ровно 2 плюс/минус=45;

ровно 2 плюса и ровно один плюс/минус=40;

ровно 2 плюса, нет плюс/минус=35;

ровно 1 плюс=30;

нет плюсов, но есть плюс/минус=20;

нет плюс/минус=0.