

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Астрономия»
заключительный этап (ответы)
2020-21 учебный год
11 класс

Решение всех задач должно быть максимально подробным, с рисунками и пояснениями!

11.1. Компания SpaceX планирует запустить $N=30000$ спутников Starlink. Спутники будут располагаться на орбитах с высотами $h=550$ км практически равномерно в околоземном пространстве и обеспечат весь мир широкополосным интернетом. Однако благая цель имеет высокую цену – проводить астрономические наблюдения станет сложнее, так как небо заполнится перемещающимися яркими источниками. Оцените, в каких пределах будет изменяться угловое расстояние между двумя соседними спутниками при наблюдении с Земли. (20 баллов)

Решение: Площадь, на которой располагаются спутники: $S=4\pi(R_3+h)^2$. На каждый спутник приходится S/N . Таким образом, линейное расстояние между соседними спутниками $r=\sqrt{S/N}=2(R_3+h)\sqrt{\pi/N}=141.8$ км (8 баллов)

Наибольшее угловое расстояние между спутниками реализуется, когда они располагаются симметрично относительно зенита и составляет $\varphi_{\max}=2\arcsin(r/2h)=15^\circ$. (5 баллов)

Наименьшее угловое расстояние реализуется, когда оба спутника находятся в одном вертикале и нижний из них находится на горизонте. После простейших геометрических построений и преобразований получим $\varphi_{\min}\approx r/(R+h)=0.0205$ рад $=1.2^\circ$, где R – радиус Земли (7 баллов)

11.2. Параллакс звезды 8^m составляет $0.015''\pm 0.005''$. Каково расстояние до звезды и с какой точностью оно определено? (10 баллов)

Решение. Расстояние до звезды $r=1/\pi$, $r=66.67$ пк (5 баллов). Самый простой способ оценить ошибку – посчитать расстояние при предельных значениях π . При $\pi=0.02''$ $r=50$ пк, при $\pi=0.01''$ $r=100$ пк. Таким образом, ошибка в «+» и «-» будет различна: в большую сторону 33 пк, в меньшую – 17 пк. Также очевидно, что десятые и сотые доли парсека в указании расстояния излишни. Ответ: $r=67$ пк $^{+33}_{-17}$ пк (5 баллов, из них 1 – за указание верного количества знаков в ответе).

11.3. Наиболее распространённая ошибка при ответе на вопрос «почему происходит смена времён года?» такова – «зимой мы дальше от Солнца, а летом ближе». Оставив за скобками очевидную нелепость этого утверждения (в таком случае смена времён года происходила бы на всей Земле одновременно – в т.ч. и на экваторе, и в Южном полушарии), предлагаем рассчитать эксцентриситет земной орбиты, при котором на широте Казани (56°) летняя и зимние температуры отличались бы примерно так, как в реальности (и составляли $+25^\circ$ и -20° , соответственно). При этом предполагаем, что ось вращения Земли перпендикулярна плоскости эклиптики, а большая полуось орбиты сохраняет значение в 1 а.е. (25 баллов)

Решение: изменение энергии, падающей на единичную площадку (при этом широта не важна, поскольку угол падения лучей остаётся постоянным) будет связано с изменением расстояния соотношением $E_1/E_2=(R_2/R_1)^2$ (10 баллов закон обратных квадратов), а с температурой $E_1/E_2=(T_1/T_2)^4$ (10 баллов закон Стефана-Больцмана).

Из условия $(T_1/T_2)^4=(298/253)^4=1.92$, поэтому расстояние изменилось в $(1.92)^{0.5}=1.39$ раза.

Поскольку полуось орбиты неизменна, то $(R_2/R_1)=(1+e)/(1-e)$ и $e=0.39/2.39=0.16$ (5 баллов финальные вычисления)

11.4. На какую минимальную величину надо изменить скорость геостационарного спутника (так называют неподвижно висящий над определенной точкой экватора Земли спутник), чтобы в тот же виток спутник упал на поверхность Земли? Вектор изменения скорости считать параллельным самому вектору скорости спутника, трением в атмосфере Земли пренебречь. (20 баллов)

Решение: Радиус орбиты геостационара это (как следует из 3 закона Кеплера) $a=((GMT^2)/(4\pi^2))^{1/3}$; $a=(2971/39.4)^{1/3} * 10^7 \text{ м} = 42250 \text{ км}$ При этом $T=86164 \text{ с}$ (6 баллов получение радиуса любым способом, но если T принято 86400 с , то этап оценивается в 3 балла). Скорость спутника есть $v=(GM/a)^{1/2}$; $v_1=3.07 \text{ км/с}$. (2 балла)

После изменения орбиты точка торможения станет точкой апогея, а точка перигея, чтобы спутник на первом же витке врезался в Землю, должна иметь расстояние от ЦМ равное радиусу Земли (2 балла рассуждения и/или рисунок)

Тогда отношение апо- и перигеицентрических расстояний $(1+e)/(1-e)=42250/6371=6.63$ и эксцентриситет орбиты $e=5.63/7.63=0.74$ (2 балла), а её большая полуось $(42250+6371)/2=24310.5 \text{ км}$ (2 балла) и первая космическая для этой орбиты $v_2=4.1 \text{ км/с}$ (2 балла)

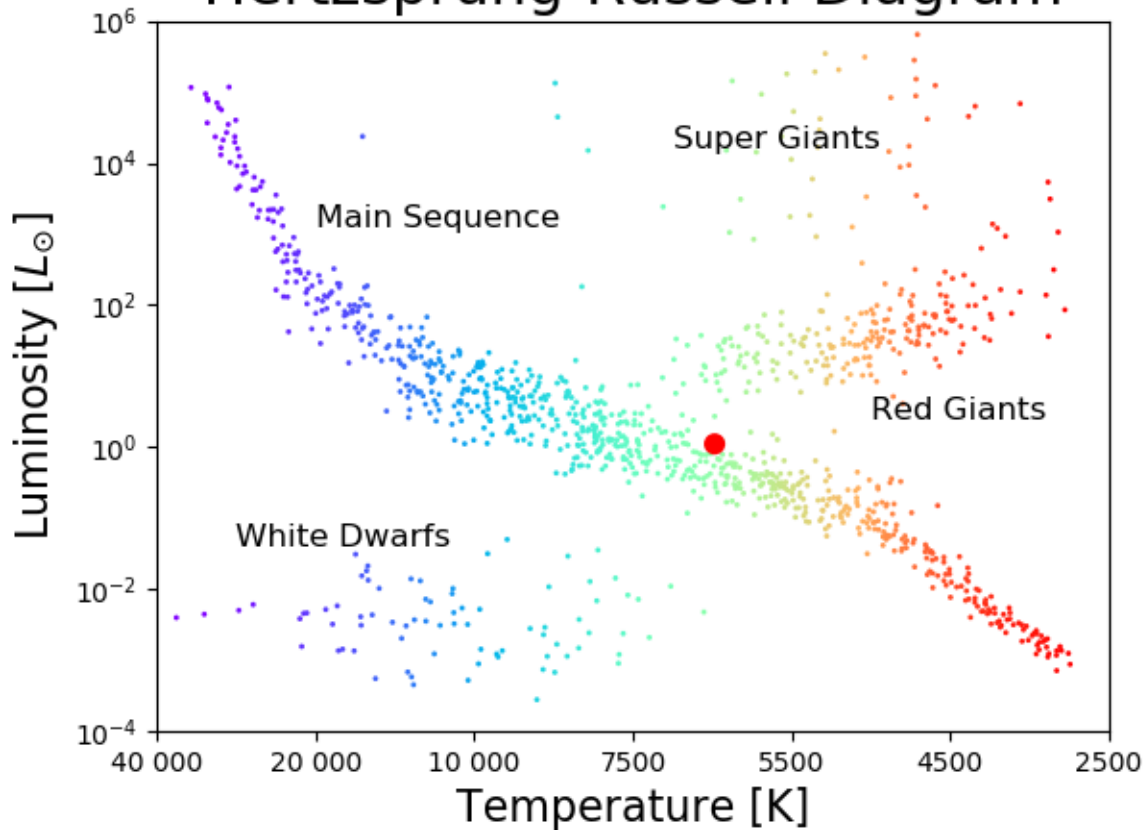
Тогда апоскорость $v_a=v[(1-e)/(1+e)]^{1/2}$; $v_a=4.1 * 0.388=1.59 \text{ км/с}$ (2 балла).

Стало быть, спутник надо затормозить на $3.07-1.59=1.48 \text{ км/с}$ (2 балла фин. ответ).

Если финальный ответ получен без нахождения промежуточных параметров (например, решением системы уравнений), то этот этап (после пояснения и рисунка и до получения результата) оценивается в 8 баллов при полностью верно полученном ответе.

11.5 Вам предложена диаграмма Герцшпрунга-Рассела (она же диаграмма температура-светимость). По оси абсцисс отложена температура звезды (в градусах Кельвина), по оси ординат – светимость (в светимостях Солнца). В нижней части диаграммы находится область белых карликов (White Dwarfts). Красной точкой обозначено положение Солнца. С помощью расчетов, выполненных с использованием этой диаграммы, объясните, почему они так называются (25 баллов).

Hertzsprung-Russell Diagram



Решение: Определим по диаграмме характерную светимость БК ($10^{-3} L_{\odot}$) и температуру (10 000 K), (4+4=8 баллов за параметры).

Температура в 10000 K соответствует бело-голубым звёздам (5 баллов за указание на это напрямую или с применением закона смещения Вина)

Из соотношения Стефана-Больцмана $L=R_{БК}^2 \cdot (T_{БК}^4/T_{\odot}^4)$, где радиус и светимость определены в единицах соответствующих солнечных параметров.

$(T_{БК}^4/T_{\odot}^4) = (1000/5800)^4 = 8.84$ (6 баллов уравнение + вычисления).

Тогда получим, что $R_{БК} = [L/(T_{БК}^4/T_{\odot}^4)]^{1/2}$, или $R_{БК} = [0.001/8.84]^{1/2} = 0.01R_{\odot} = 7404 \text{ км}$, т.е. немногим более радиуса Земли. По звёздным меркам действительно карлик (6 баллов вычисления и вывод).

Справочные данные:

Продолжительность тропического года $T=365.2422$ суток; длительность синодического периода обращения Луны 29.5 дня, сидерического – 27.3 дня; 1 а.е. = $1.496 \cdot 10^8$ км; 1пк=206265 а.е., наклонение экватора Земли к плоскости эклиптики $\varepsilon=23^{\circ}26'$; Масса Солнца $2 \cdot 10^{30}$ кг; Масса Земли $6 \cdot 10^{27}$ г, радиус Земли 6371 км, Луны 1737 км, Солнца – $6.96 \cdot 10^5$ км; большая полуось орбиты Луны 385 000 км; Видимая зв. величина Солнца при наблюдении с Земли -26.7^m ; Температура Солнца 5800 K; абсолютная зв. величина Солнца $M_{\odot}=+4.8^m$; скорость света в вакууме $c=299792$ км/с; гравитационная постоянная $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ м³/кг·с², температура абсолютного нуля $0^{\circ}\text{K}=-273.15^{\circ}\text{C}$.