

**Межрегиональные предметные олимпиады КФУ**  
**профиль «Астрономия»**  
**заключительный этап (ответы)**  
**2020-21 учебный год**  
**10 класс**

Решение всех задач должно быть максимально подробным, с рисунками и пояснениями!

**10.1. Компания SpaceX планирует запустить  $N=30000$  спутников Starlink. Спутники будут располагаться на орбитах с высотами  $h=550$  км практически равномерно в околоземном пространстве и обеспечат весь мир широкополосным интернетом. Однако благая цель имеет высокую цену – проводить астрономические наблюдения станет сложнее, так как небо заполнится перемещающимися яркими источниками. Оцените, в каких пределах будет изменяться угловое расстояние между двумя соседними спутниками при наблюдении с Земли. (25 баллов)**

*Решение:* Площадь, на которой располагаются спутники:  $S=4\pi(R_3+h)^2$ . На каждый спутник приходится  $S/N$ . Таким образом, линейное расстояние между соседними спутниками  $r=\sqrt{S/N}=2(R_3+h)\sqrt{\pi/N}=141.8$  км (10 баллов)

Наибольшее угловое расстояние между спутниками реализуется, когда они располагаются симметрично относительно зенита и составляет  $\varphi_{\max}=2\arcsin(r/2h)=15^\circ$ . (5 баллов)

Наименьшее угловое расстояние реализуется, когда оба спутника находятся в одном вертикале и нижний из них находится на горизонте. После простейших геометрических построений и преобразований получим  $\varphi_{\min}\approx r/(R+h)=0.0205$  рад  $=1.2^\circ$ , где  $R$  – радиус Земли (10 баллов)

**10.2. Параллакс звезды  $8^m$  составляет  $0.015''\pm 0.005''$ . Каково расстояние до звезды и с какой точностью оно определено? (10 баллов)**

*Решение.* Расстояние до звезды  $r=1/\pi$ ,  $r=66.67$  пк (5 баллов). Самый простой способ оценить ошибку – посчитать расстояние при предельных значениях  $\pi$ . При  $\pi=0.02''$   $r=50$  пк, при  $\pi=0.01''$   $r=100$  пк. Таким образом, ошибка в «+» и «-» будет различна: в большую сторону 33 пк, в меньшую – 17 пк. Также очевидно, что десятые и сотые доли парсека в указании расстояния излишни. Ответ:  $r=67$  пк  $^{+33}_{-17}$  пк (5 баллов, из них 1 – за указание верного количества знаков в ответе).

**10.3. В астрономическом календаре указано, что в Москве 20.03.2015 в  $10^h19^m$  UT будет наблюдаться максимальная фаза частного Солнечного затмения, а 28 сентября в  $2^h47^m$  UT - Лунного. Первое планируется наблюдать в Санкт-Петербурге, а второе - в Казани. Во сколько по местному среднему солнечному времени этих населенных пунктов будут наблюдаться эти явления? (координаты Москвы:  $\varphi=56^\circ$ ,  $\lambda=38^\circ$ , Казани:  $\varphi=56^\circ$ ,  $\lambda=49^\circ$ , Санкт-Петербурга:  $\varphi=60^\circ$ ,  $\lambda=30^\circ$ ) (15 баллов)**

*Решение.* Местное среднее солнечное время  $t_\lambda=UT+\lambda$ , откуда разность времен события равна разности долгот (2 балла). В часовой мере долгота Москвы  $2^h 32^m$  (но она не используется и может не рассчитываться), Казани  $3^h 16^m$ , Санкт-Петербурга  $2^h 00^m$  (4 балла).

Лунное затмение (погружение Луны в тень Земли) наступает одновременно всюду, где наблюдается Луна (2 балл). Поэтому в Казани оно наступит также в  $UT=2^h47^m$  или в  $2^h47^m+3^h16^m=6^h03^m$  местного времени (2 балла).

Солнечное затмение наступает тогда, когда конус лунной тени, перемещающийся по поверхности Земли, достигает точки наблюдения. Т.е. в разных пунктах оно происходит в разное время (3

балла). И поэтому точное время затмения в Санкт-Петербурге из имеющихся данных указать нельзя (2 балл).

(Примечание: при расчете времени Солнечного затмения в СПб аналогично Лунному в Казани (в этом случае ответ  $10h 19m+2h 00m=12h 19m$ ) без указания особенности расчета для солнечного затмения это действие оценивается в 0 баллов, поскольку по сути оно дублирует расчет для Казани; с указанием особенности – в 5 баллов).

**10.4.** На какую минимальную величину надо изменить скорость геостационарного спутника (так называют неподвижно висящий над определенной точкой экватора Земли спутник), чтобы в тот же виток спутник упал на поверхность Земли? Вектор изменения скорости считать параллельным самому вектору скорости спутника, трением в атмосфере Земли пренебречь. (20 баллов)

Решение:

Радиус орбиты геостационара это (как следует из 3 закона Кеплера)  $a=((GMT^2)/(4\pi^2))^{1/3}$ ;  
 $a=(2971/39.4)^{1/3}*10^7m=42250km$  При этом  $T=86164s$  (6 баллов получение радиуса любым способом, но если  $T$  принято  $86400s$ , то этап оценивается в 3 балла). Скорость спутника есть  $v=(GM/a)^{1/2}$ ;  
 $v_1=3.07km/c$ . (2 балла)

После изменения орбиты точка торможения станет точкой апогея, а точка перигея, чтобы спутник на первом же витке врезался в Землю, должна иметь расстояние от ЦМ равное радиусу Земли (2 балла рассуждения и/или рисунок)

Тогда отношение апо- и перигеицентрических расстояний  $(1+e)/(1-e)=42250/6371=6.63$  и эксцентриситет орбиты  $e=5.63/7.63=0.74$  (2 балла), а её большая полуось  $(42250+6371)/2=24310.5km$  (2 балла) и первая космическая для этой орбиты  $v_2=4.1 km/c$  (2 балла)

Тогда апоскорость  $v_a=v[(1-e)/1+e]^{1/2}$ ;  $v_a=4.1*0.388=1.59km/c$  (2 балла).

Стало быть, спутник надо затормозить на  $3.07-1.59=1.48 km/c$  (2 балла фин. ответ).

Если финальный ответ получен без нахождения промежуточных параметров (например, решением системы уравнений), то этот этап (после пояснения и рисунка и до получения результата) оценивается в 8 баллов при полностью верно полученном ответе.

**10.5** Вам предложена диаграмма Герцшпрунга-Рассела (она же диаграмма температура-светимость). По оси абсцисс отложена температура звезды (в градусах Кельвина), по оси ординат – светимость (в светимостях Солнца). В нижней части диаграммы находится область белых карликов (White Dwarfs). Красной точкой обозначено положение Солнца. С помощью расчетов, выполненных с использованием этой диаграммы, объясните, почему они так называются (30 баллов).

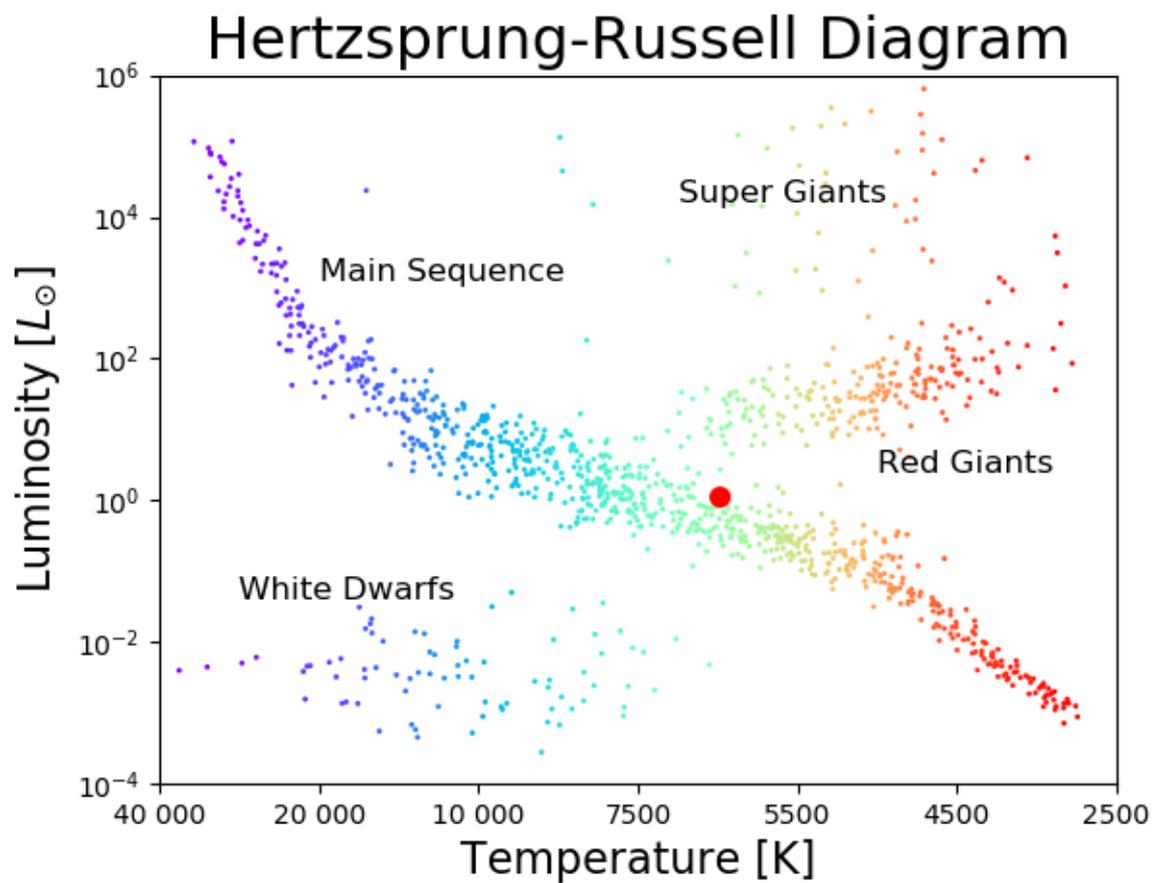
Решение: Определим по диаграмме характерную светимость БК ( $10^{-3} L_o$ ) и температуру (10 000 K), (5+5=10 баллов за параметры).

Температура в 10000 K соответствует бело-голубым звездам (7 баллов за указание на это напрямую или с применением закона смещения Вина)

Из соотношения Стефана-Больцмана  $L=R_{БК}^2*(T_{БК}^4/T_o^4)$ , где радиус и светимость определены в единицах соответствующих солнечных параметров.

$(T_{БК}^4/T_o^4)=(1000/5800)^4=8.84$  (5 баллов уравнение + вычисления).

Тогда получим, что  $R_{БК}=[L/(T_{БК}^4/T_o^4)]^{1/2}$ , или  $R_{БК}=[0.001/8.84]^{1/2}=0.01R_o=7404km$ , т.е. немногим более радиуса Земли. По звёздным меркам действительно карлик (8 баллов вычисления и вывод).



### Справочные данные:

Продолжительность тропического года  $T=365.2422$  суток; длительность синодического периода обращения Луны 29.5 дня, сидерического – 27.3 дня; 1 а.е. =  $1.496 \cdot 10^8$  км;  $1 \text{пк}=206265$  а.е, наклонение экватора Земли к плоскости эклиптики  $\epsilon=23^{\circ}26'$ ; Масса Солнца  $2 \cdot 10^{30}$  кг; Масса Земли  $6 \cdot 10^{27}$  г, радиус Земли 6371 км, Луны 1737 км, Солнца –  $6.96 \cdot 10^5$  км; большая полуось орбиты Луны 385 000 км; Видимая зв. величина Солнца при наблюдении с Земли  $-26.7^m$ ; Температура Солнца 5800 К; абсолютная зв. величина Солнца  $M_0=+4.8^m$ ; скорость света в вакууме  $c=299792$  км/с; гравитационная постоянная  $G=6.67 \cdot 10^{-11}$  м<sup>3</sup>/кг·с<sup>2</sup>, температура абсолютного нуля  $0^{\circ}\text{K}=-273.15^{\circ}\text{C}$ .