



Математика. Вариант-11  
10 – 11 класс

**Задание 1.** (5 баллов) Решить уравнение  $x^9 - 2021x^3 - \sqrt{2022} = 0$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Задана числовая последовательность:

$$x_0 = \frac{1}{n}; x_k = \frac{1}{n-k}(x_0 + x_1 + \dots + x_{k-1}); k = 1, 2, \dots, n-1.$$

Найти  $S_n = x_0 + x_1 + \dots + x_{n-1}$ , если  $n = 2021$ .

**Задание 3.** (15 баллов) Функция  $f(x)$  удовлетворяет условию: для любых действительных чисел  $a$  и  $b$  выполняется равенство  $f\left(\frac{a+2b}{3}\right) = \frac{f(a)+2f(b)}{3}$ . Найти значение функции  $f(2021)$ , если  $f(1) = 5$ ,  $f(4) = 2$ .

**Задание 4.** (20 баллов) Двухметровая газовая труба проржавела в двух местах. Определить вероятность того, что все три получившиеся части можно будет использовать в качестве отводов к газовым плитам, если по нормативам плита не должна находиться на расстоянии ближе 50 см от магистральной газовой трубы.

**Задание 5.** (20 баллов) Три компрессорные станции расположены не на одной прямой, но соединены прямолинейными дорогами. Расстояние от первой станции до третьей через вторую втрое длиннее прямолинейного пути между ними; расстояние от первой станции до второй через третью на  $a$  км длиннее прямолинейного пути; расстояние от второй станции до третьей через первую равно 60 км. Определить все значения  $a$ , для которых было бы возможным указанное расположение компрессорных станций. Вычислить расстояния между компрессорными станциями при  $a = 30$ .

**Задание 6.** (30 баллов) В сферу радиуса 3 вписана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  с основанием  $ABC$  и боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Отрезок  $CD$  – диаметр этой сферы. Найти объем призмы, если  $AD = 2\sqrt{6}$ .



Математика. Вариант-12  
10 – 11 класс

**Задание 1.** (5 баллов) Решить уравнение  $x^9 - 2021x^3 + \sqrt{2022} = 0$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Задана числовая последовательность:

$$x_0 = \frac{1}{n}; x_k = \frac{1}{n-k}(x_0 + x_1 + \dots + x_{k-1}); k = 1, 2, \dots, n-1.$$

Найти  $S_n = x_0 + x_1 + \dots + x_{n-1}$ , если  $n = 2022$ .

**Задание 3.** (15 баллов) Функция  $f(x)$  удовлетворяет условию: для любых действительных чисел  $a$  и  $b$  выполняется равенство  $f\left(\frac{a+2b}{3}\right) = \frac{f(a)+2f(b)}{3}$ . Найти значение функции  $f(2021)$ , если  $f(1) = 1$ ,  $f(4) = 7$ .

**Задание 4.** (20 баллов) Трехметровая газовая труба проржавела в двух местах. Определить вероятность того, что все три получившиеся части можно будет использовать в качестве отводов к газовым плитам, если по нормативам плита не должна находиться на расстоянии ближе 75 см от магистральной газовой трубы.

**Задание 5.** (20 баллов) Три компрессорные станции расположены не на одной прямой, но соединены прямолинейными дорогами. Расстояние от первой станции до третьей через вторую втрое длиннее прямолинейного пути между ними; расстояние от первой станции до второй через третью на  $a$  км длиннее прямолинейного пути; расстояние от второй станции до третьей через первую равно 60 км. Определить все значения  $a$ , для которых было бы возможным указанное расположение компрессорных станций. Вычислить расстояния между компрессорными станциями при  $a = 42$ .

**Задание 6.** (30 баллов) В сферу вписана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  с основанием  $ABC$  и боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Отрезок  $CD$  – диаметр этой сферы, точка  $K$  – середина ребра  $AA_1$ . Найти объем призмы, если  $CK = 2\sqrt{6}$ ,  $DK = 4$ .



Математика. Вариант-21  
10 – 11 класс

---

**Задание 1.** (5 баллов) Решить уравнение  $x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Известно, что функция  $f(x)$  при каждом значении  $x \in (-\infty; +\infty)$  удовлетворяет равенству  $f(x) + (0,5 + x)f(1 - x) = 1$ . Найти все такие функции  $f(x)$ .

**Задание 3.** (15 баллов) Основания  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны 55 и 31 соответственно, а ее диагонали взаимно перпендикулярны. Найти скалярное произведение векторов  $\overline{AD}$  и  $\overline{BC}$ .

**Задание 4.** (20 баллов) Метровая газовая труба проржавела в двух местах. Определить вероятность того, что все три получившиеся части можно будет использовать в качестве отводов к газовым плитам, если по нормативам плита не должна находиться на расстоянии ближе 25 см от магистральной газовой трубы.

**Задание 5.** (20 баллов) На торги выставлен лот из трех пакетов акций нефтедобывающих компаний: Разнефти, Дванефти и Тринефти. Суммарное количество акций пакетов Разнефти и Дванефти совпадает с количеством акций в пакете Тринефти. Пакет акций Дванефти в 4 раза дешевле пакета Разнефти, а их суммарная стоимость совпадает со стоимостью пакета Тринефти. Одна акция Разнефти превышает стоимость одной акции Дванефти на величину от 16 тыс. рублей до 20 тыс. рублей, а цена одной акции Тринефти колеблется в пределах от 42 тыс. рублей до 60 тыс. рублей. Определить, какой наименьший и наибольший процент от общего количества акций в лоте может составлять пакет акций Дванефти.

**Задание 6.** (30 баллов) В сферу радиуса 6 вписана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  с основанием  $ABC$  и боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Отрезок  $CD$  – диаметр этой сферы. Найти объем призмы, если  $AD = 4\sqrt{6}$ .



Математика. Вариант-22  
10 – 11 класс

---

**Задание 1.** (5 баллов) Решить уравнение  $x^9 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Известно, что функция  $f(x)$  при каждом значении  $x \in (-\infty; +\infty)$  удовлетворяет равенству  $f(x) - (x - 0,5)f(-x - 1) = 1$ . Найдите все такие функции  $f(x)$ .

**Задание 3.** (15 баллов) Основания  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны 41 и 24 соответственно, а ее диагонали взаимно перпендикулярны. Найти скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AD}$  и  $\overrightarrow{BC}$ .

**Задание 4.** (20 баллов) Четырехметровая газовая труба проржавела в двух местах. Определить вероятность того, что все три получившиеся части можно будет использовать в качестве отводов к газовым плитам, если по нормативам плита не должна находиться на расстоянии ближе 1 м от магистральной газовой трубы.

**Задание 5.** (20 баллов) На торги выставлен лот из трех пакетов акций нефтедобывающих компаний: Разнефти, Дванефти и Тринефти. Суммарное количество акций пакетов Разнефти и Дванефти совпадает с количеством акций в пакете Тринефти. Пакет акций Дванефти в 3 раза дешевле пакета Разнефти, а их суммарная стоимость совпадает со стоимостью пакета Тринефти. Одна акция Разнефти превышает стоимость одной акции Дванефти на величину от 10 тыс. рублей до 18 тыс. рублей, а цена одной акции Тринефти колеблется в пределах от 18 тыс. рублей до 42 тыс. рублей. Определить, какой наименьший и наибольший процент от общего количества акций в лоте может составлять пакет акций Дванефти..

**Задание 6.** (30 баллов) В сферу вписана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  с основанием  $ABC$  и боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Отрезок  $CD$  – диаметр этой сферы, точка  $K$  – середина ребра  $AA_1$ . Найти объем призмы, если  $CK = 2\sqrt{3}$ ,  $DK = 2\sqrt{2}$ .



Математика. Вариант-31  
10 – 11 класс

**Задание 1.** (5 баллов) Решить уравнение  $x^6 - 2020x^2 - \sqrt{2021} = 0$ .

**Задание 2.** (10 баллов) ) Задана конечная возрастающая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $n \geq 3$ ) натуральных чисел, причём при всех  $k \leq n-2$  выполнено равенство  $a_{k+2} = 3a_{k+1} - 2a_k - 1$ . В последовательности обязательно должен присутствовать член  $a_k = 2021$ . Определить, какое наибольшее количество трёхзначных чисел, кратных 25, может содержать эта последовательность.

**Задание 3.** (15 баллов) Функция  $f(x)$  удовлетворяет условию: для любых действительных чисел  $a$  и  $b$  выполняется равенство  $f\left(\frac{a+2b}{3}\right) = \frac{f(a)+2f(b)}{3}$ . Найти значение функции  $f(2022)$ , если  $f(1) = 1$ ,  $f(4) = 7$ .

**Задание 4.** (20 баллов) В центре круглого поля стоит домик геологов. От него отходят 8 прямых дорог, разделяющих поле на 8 равных секторов. Два геолога отправляются в путешествие из своего домика со скоростью 5 км/ч по произвольно выбранной каждым из них дороге. Определить с какой вероятностью расстояние между ними через час составит более 8 км.

**Задание 5.** (20 баллов) На первом месторождении использовалась аппаратура высшего класса, на втором - первого, причём высшего было меньше, чем первого. Сначала 40 % аппаратуры с первого месторождения передали на второе. Затем 20 % аппаратуры, оказавшейся на втором месторождении, передали на первое, при этом половина из передаваемой аппаратуры была первого класса. После этого аппаратуры высшего класса на первом месторождении оказалось на 26 единиц больше, чем на втором, а общее количество аппаратуры на втором месторождении увеличилось по сравнению с первоначальным более чем на 5 %. Найти общее количество аппаратуры первого класса.

**Задание 6.** (30 баллов) В сферу вписана правильная треугольная призма  $ABC A_1 B_1 C_1$  с основанием  $ABC$  и боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Отрезок  $CD$  – диаметр этой сферы, точка  $K$  и  $L$  – середина ребра  $AA_1$  и  $AB$  соответственно. Найти объем призмы, если  $DL = \sqrt{2}$ ,  $DK = \sqrt{3}$ .



Математика. Вариант-32  
10-11 класс

**Задание 1.** (5 баллов) Решить уравнение  $x^6 - 2021x^2 + \sqrt{2022} = 0$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Задана конечная возрастающая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $n \geq 3$ ) натуральных чисел, причём при всех  $k \leq n-2$  выполнено равенство  $a_{k+2} = 3a_{k+1} - 2a_k - 2$ . В последовательности обязательно должен встречаться  $a_k = 2022$ . Определить какое наибольшее количество трёхзначных чисел, кратных 4, может содержать эта последовательность.

**Задание 3.** (15 баллов) Функция  $f(x)$  удовлетворяет условию: для любых действительных чисел  $a$  и  $b$  выполняется равенство  $f\left(\frac{a+2b}{3}\right) = \frac{f(a)+2f(b)}{3}$ . Найти значение функции  $f(2022)$ , если  $f(1) = 5$ ,  $f(4) = 2$ .

**Задание 4.** (20 баллов) В центре круглого поля стоит домик геологов. От него отходят 8 прямых дорог, разделяющих поле на 8 равных секторов. Два геолога отправляются в путешествие из своего домика со скоростью 4 км/ч по произвольно выбранной каждым из них дороге. Определить с какой вероятностью расстояние между ними через час составит более 6 км.

**Задание 5.** (20 баллов) На первом месторождении использовалась аппаратура высшего класса, на втором – первого, причём высшего было меньше, чем первого. Сначала 30 % аппаратуры с первого месторождения передали на второе. Затем 10 % аппаратуры, оказавшейся на втором месторождении, передали на первое, при этом половина из передаваемой аппаратуры была первого класса. После этого аппаратуры высшего класса на первом месторождении оказалось на 6 единиц больше, чем на втором, а общее количество аппаратуры на втором месторождении увеличилось по сравнению с первоначальным более чем на 2 %. Найти общее количество аппаратуры первого класса.

**Задание 6.** (30 баллов) В сферу вписана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  с основанием  $ABC$  и боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Отрезок  $C_1D$  – диаметр этой сферы, точка  $K$  – середина ребра  $CC_1$ . Найти объем призмы, если  $DK = 2$ ,  $DA = \sqrt{6}$ .

**Задание 1.** (5 баллов) Решить уравнение  $x^6 - 2022x^2 + \sqrt{2021} = 0$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Найти наибольшее значение параметра  $b$ , при котором неравенство  $b\sqrt{b}(x^2 - 10x + 25) + \frac{\sqrt{b}}{(x^2 - 10x + 25)} \leq \frac{1}{5} \cdot \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right|$  имеет хотя бы одно решение.

**Задание 3.** (15 баллов) Основания  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны 367 и 6 соответственно, а ее диагонали взаимно перпендикулярны. Найти скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AD}$  и  $\overrightarrow{BC}$ .

**Задание 4.** (20 баллов) В центре круглого поля стоит домик геологов. От него отходят 6 прямых дорог, разделяющих поле на 6 равных секторов. Два геолога отправляются в путешествие из своего домика со скоростью 5 км/ч по произвольно выбранной каждым из них дороге. Определить с какой вероятностью расстояние между ними через час составит более 8 км.

**Задание 5.** (20 баллов) Три компрессорные станции расположены не на одной прямой, но соединены прямолинейными дорогами. Расстояние от первой станции до третьей через вторую вчетверо длиннее прямолинейного пути между ними; расстояние от первой станции до второй через третью на  $a$  км длиннее прямолинейного пути; расстояние от второй станции до третьей через первую равно 85 км. Определить все значения  $a$ , для которых было бы возможным указанное расположение компрессорных станций. Вычислить расстояния между компрессорными станциями при  $a = 5$ .

**Задание 6.** (30 баллов) В сферу вписана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  с основанием  $ABC$  и боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Отрезок  $CD$  – диаметр этой сферы, точка  $K$  и  $L$  – середина ребра  $AA_1$  и  $AB$  соответственно. Найти объем призмы, если  $DL = \sqrt{6}$ ,  $DK = 3$ .



Математика. Вариант-42  
10 - 11 класс

**Задание 1.** (5 баллов) Решить уравнение  $x^6 - 2022x^2 - \sqrt{2021} = 0$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Найти наибольшее значение параметра  $m$ , при котором неравенство  $m\sqrt{m}(x^2 - 6x + 9) + \frac{\sqrt{m}}{(x^2 - 6x + 9)} \leq \sqrt[4]{m^3} \cdot \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right|$  имеет хотя бы одно решение.

**Задание 3.** (15 баллов) Основания  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны 101 и 20 соответственно, а ее диагонали взаимно перпендикулярны. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{AD}$  и  $\vec{BC}$ .

**Задание 4.** (20 баллов) В центре круглого поля стоит домик геологов. От него отходят 6 прямых дорог, разделяющих поле на 6 равных секторов. Два геолога отправляются в путешествие из своего домика со скоростью 4 км/ч по произвольно выбранной каждым из них дороге. Определить с какой вероятностью расстояние между ними через час составит не менее 6 км.

**Задание 5.** (20 баллов) Три компрессорные станции расположены не на одной прямой, но соединены прямолинейными дорогами. Расстояние от первой станции до третьей через вторую вдвое длиннее прямолинейного пути между ними; расстояние от первой станции до второй через третью на  $a$  км длиннее прямолинейного пути; расстояние от второй станции до третьей через первую равно 75 км. Определить все значения  $a$ , для которых было бы возможным указанное расположение компрессорных станций. Вычислить расстояния между компрессорными станциями при  $a = 15$ .

**Задание 6.** (30 баллов) В сферу вписана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  с основанием  $ABC$  и боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Отрезок  $C_1D$  – диаметр этой сферы, точка  $K$  – середина ребра  $CC_1$ . Найти объем призмы, если  $DK = 2\sqrt{6}$ ,  $DA = 6$ .