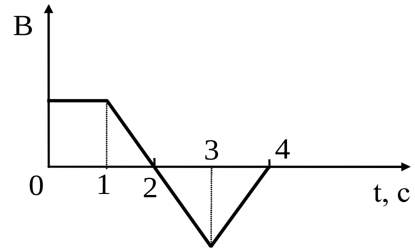
Заключительный тур
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 1

З А Д АЧ А 1. (12 баллов)

Ответ: 3 с



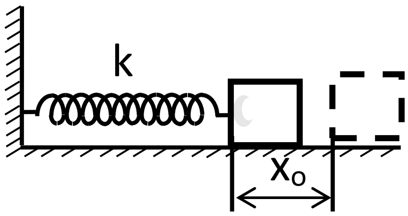
З А Д АЧ А 2. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu = \dfrac{kx_0}{mg(4N+1)}}$.

Пусть $x_{1/2}$ - смещение бруска влево при первом колебании.

Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{k{x_0}^2}{2} = \frac{k{x_{1/2}}^2}{2} + \mu mg(x_0 + x_{\frac{1}{2}}) \quad .$$



Отсюда $\dfrac{k({x_0}^2 - {x_{\frac{1}{2}}}^2)}{2} = \mu mg(x_0 + x_{\frac{1}{2}})$;

$$\frac{k(x_0 - x_{\frac{1}{2}})(x_0 + x_{1/2})}{2(x_0 + x_{\frac{1}{2}})} = \mu mg \quad ; \quad \frac{k(x_0 - x_{\frac{1}{2}})}{2} = \mu mg \quad \text{и}$$

$k(x_0 - x_{\frac{1}{2}}) = 2\mu mg$, откуда $x_{\frac{1}{2}} = x_0 - \dfrac{2\mu mg}{k}$.

После одного полного колебания $x_1 = x_{\frac{1}{2}} - \dfrac{2\mu mg}{k} = x_0 - \dfrac{4\mu mg}{k}.$

После N колебаний $x_N = x_0 - N\dfrac{4\mu mg}{k}.$

Отсюда $N\dfrac{4\mu mg}{k} = x_0 - x_N$; . $N4\mu mg = kx_0 - kx_N$;

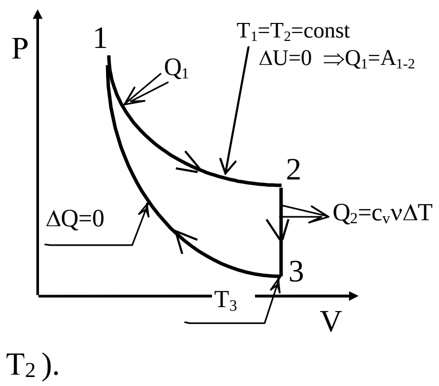
Колебания прекратятся, когда $kx_N = \mu mg$.

$$N4\mu mg + \mu mg = kx_0;$$

$$\mu mg(4N+1) = kx_0;$$

Тогда $\mu = \dfrac{kx_0}{mg(4N+1)}$.

З А Д А Ч А 3. (16 баллов)



Ответ: $\boxed{A_{1-2} = \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{R\Delta T}{(1-\eta)}}$

Минимальная температура газа T_3, максимальная T_1 ($T_1 = T_2$).
Теплота подводится на участке 1-2, и её количество Q_1 равно работе газа A_{1-2} на изотерме 1 – 2.

Тепло в цикле отводится только в изохорном процессе 2-3.

$$\boxed{\left|Q_2\right| = \nu c_v \Delta T = \nu \frac{3}{2} R(T_2 - T_3) = \nu \frac{3}{2} R\Delta T \ \rangle \ 0}$$ КПД по определению равен

$$\boxed{\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}} \quad \boxed{\eta = 1 - \frac{\nu \frac{3}{2} R\Delta T}{A_{1-2}}}, \text{ откуда } \boxed{A_{1-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\nu R\Delta T}{(1-\eta)}}.$$

По условию $\nu = 1$, тогда $\boxed{A_{1-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R\Delta T}{(1-\eta)}}$.

ЗАДАЧА 4. (16 баллов)

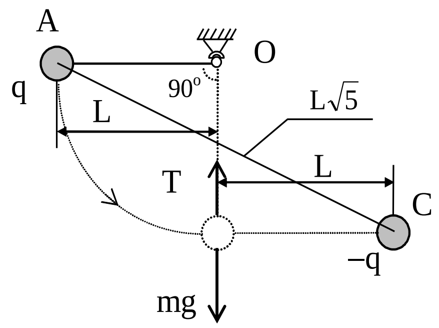
Ответ: $\boxed{\alpha = 0{,}08 = 8\%}$

$E = \frac{hc}{\lambda}$. Энергия падающего рентгеновского излучения $E_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$.

Энергия после рассеяния $E_2 = \frac{hc}{\lambda_2}$.

$$\alpha = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 - \frac{E_2}{E_1} = 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1 - \frac{2{,}4 \cdot 10^{-11}}{2{,}6 \cdot 10^{-11}} = 1 - 0{,}92 = 0{,}08 = 8\%$$

ЗАДАЧА 5. (16 баллов)



Ответ: $\boxed{T = 3mg + \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_o L^2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)}$

Для нижней точки:

1) исходя из 2-го закона Ньютона

$$\frac{mv^2}{L} = T - mg \qquad (1)$$

2) Из закона сохранения энергии

$$mgL - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o \sqrt{5} \cdot L} = \frac{mv^2}{2} - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L} \ (2)$$

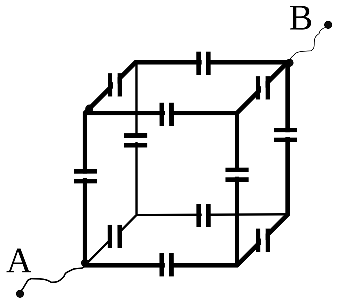
откуда $$mv^2 = 2\left[mgL + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}(1 - \frac{1}{\sqrt{5}})\right] (3)$$

Выразив T из уравнения (1) и подставив в него выражение для mv^2, получим:

$$T = \frac{mv^2}{L} + mg = \frac{2}{L}\left[mgL + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}(1 - \frac{1}{\sqrt{5}})\right] + mg = 3mg + \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_o L^2}(1 - \frac{1}{\sqrt{5}})$$

Итак, $\boxed{T = 3mg + \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_o L^2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)}$.

З А Д А Ч А 6. (24 балла)



твет: $\boxed{\dfrac{C_{БАТ}}{C'_{БАТ\sum}} = \dfrac{5}{6} = 0{,}83}$.

1). Пусть ёмкость каждого воздушного конденсатора при ноле градусов Цельсия равна C_0.
Тогда начальную ёмкость батареи конденсаторов найдём из соотношения : $\dfrac{1}{C_{БАТ\sum}} = \dfrac{2}{3C_0} + \dfrac{1}{6C_0} = \dfrac{5}{6C_0}$, откуда $C_{БАТ\,\Sigma} = \dfrac{6}{5}C_0 = 1{,}2C_0$,

2) При заполнении конденсатора ёмкостью C_0 диэлектриком, его ёмкость становится равной $C = \varepsilon C_9$, и ёмкость всей батареи будет находиться из уравнения

$$\frac{1}{C_{БАТ\,\Sigma}} = \frac{1}{3C_0\varepsilon} + \frac{1}{6C\cdot\varepsilon} + \frac{1}{3C_0\varepsilon} = \frac{5}{6C_0\cdot\varepsilon}; \qquad C_{БАТ\,\Sigma} = \frac{6}{5}\varepsilon\cdot C_0 = 1{,}2\varepsilon C_0 .$$

при ноле градусов Цельсия, $\varepsilon = 4$, Ёмкость батареи конденсаторов, заполненных диэлектриком при ноле градусов Цельсия, равна

$$C_{БАТ\,\Sigma} = 1{,}2\cdot 4\cdot C_0 = 4{,}8C_0 \ . \qquad (1)$$

2) При охлаждении на 10^0C шести конденсаторов, примыкающих к точкам A и B , у которых $\varepsilon_1 = 4 - 0{,}1\cdot 10 = 3$, их суммарная ёмкость будет находиться из уравнения

$$\frac{1}{C_{\Sigma 1}} = \frac{2}{3C_0\varepsilon_1} = \frac{2}{3C_0 3} = \frac{2}{9C_0} \qquad \text{откуда} \quad C_{\sum 1} = \frac{9}{2}C_0 \quad (2)\ ,$$

3) При нагревании остальных шести конденсаторов на 20 ^{0}C, у которых $\varepsilon_2 = 4 + 0{,}1\cdot 20 = 6$,

суммарная ёмкость батареи из этих конденсаторов будет находиться из следующего соотношения :

$$\frac{1}{C_{\sum 2}} = \frac{1}{6C\cdot\varepsilon} = \frac{1}{6C_0\cdot 6} = \frac{1}{36C_9}; \qquad \text{откуда } C_{\sum 2} = 36C_0 . \qquad (3)$$

4) Суммарная ёмкость батареи из всех охлаждённых и нагретых конденсаторов найдём из соотношения

$$\frac{1}{C_{БАТ}} = \frac{1}{C_{\sum 1}} + \frac{1}{C_{\sum 2}} = \frac{2}{9C_0} + \frac{1}{36C_0} = \frac{9}{36C_0} = \frac{1}{4C_0} . \quad \text{Откуда} \quad C_{БАТ} = 4C_0 \qquad (4)$$

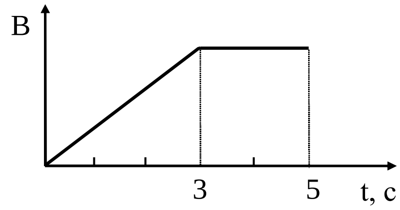
5) Тогда отношение ёмкости батареи конденсаторов с нагретыми и охлаждёнными конденсаторами к ёмкости батареи конденсаторов при ноле градусов Цельсия, , будет

равно $\dfrac{C_{БАТ}}{C'_{БАТ\sum}} = \dfrac{4}{4{,}8}\dfrac{C_0}{C_0} = \dfrac{1}{1{,}2} = \dfrac{5}{6} = 0{,}83$.

Заключительный тур
ВАРИАНТ № 2

З А Д АЧ А 1. (12 баллов)

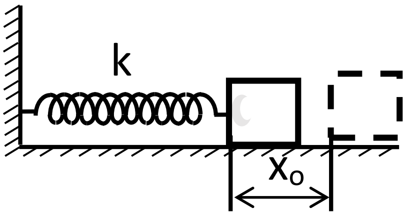
Ответ: 3 с



З А Д АЧ А 2. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{k = \frac{\mu m g(4N+1)}{x_0}}$.

Пусть $x_{1/2}$ - смещение бруска влево при первом колебании.



Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{k{x_0}^2}{2} = \frac{k{x_{1/2}}^2}{2} + \mu m g(x_0 + x_{\frac{1}{2}}) \quad .$$

Отсюда $$\frac{k({x_0}^2 - {x_{\frac{1}{2}}}^2)}{2} = \mu m g(x_0 + x_{\frac{1}{2}});$$

$$\frac{k(x_0 - x_{\frac{1}{2}})(x_0 + x_{1/2})}{2(x_0 + x_{\frac{1}{2}})} = \mu m g \quad ; \qquad \frac{k(x_0 - x_{\frac{1}{2}})}{2} = \mu m g \quad \text{и}$$

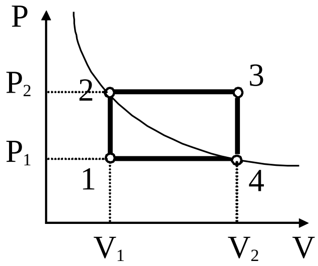
$$k(x_0 - x_{\frac{1}{2}}) = 2\mu m g \quad , \qquad \text{откуда} \quad x_{\frac{1}{2}} = x_0 - \frac{2\mu m g}{k} .$$

После одного полного колебания $x_1 = x_{\frac{1}{2}} - \frac{2\mu m g}{k} = x_0 - \frac{4\mu m g}{k}.$

После N колебаний $x_N = x_0 - N\frac{4\mu m g}{k}.$ Отсюда $N\frac{4\mu m g}{k} = x_0 - x_N$

$N = \frac{kx_0 - kx_N}{4\mu m g}.$ Колебания прекратятся, когда $kx_N = \mu m g$.

Тогда: $k = \frac{\mu m g(4N+1)}{x_0}$.



З А Д А Ч А 3. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{A = \frac{\nu\mu}{3}(\upsilon_1 - \upsilon_3)^2 = 2985 \text{ Дж}}$

$$\boxed{\begin{aligned} A = \Delta P \cdot \Delta V = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \\ P_1 V_1 + P_2 V_2 - (P_1 V_2 + P_2 V_1) \end{aligned}} \quad (1)$$

Используя уравнение Менделеева –Клапейрона для точек 1, 2, 3, 4, и учитывая, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме ($T_2 = T_4 = T$), получим

$\boxed{A = \nu R(T_1 + T_3 - 2T)}$ (2). Так как точки 1,2 и 3,4 лежат на изохорах, то

$\boxed{\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T}}$ и $\boxed{\frac{P_1}{T}=\frac{P_2}{T_3}}$, откуда $\boxed{\frac{P_1}{P_2}=\frac{T_1}{T}=\frac{T}{T_3}}$, следовательно $\boxed{T=\sqrt{T_1\cdot T_3}}$

Подставляя T в (2), получим $\boxed{A=\nu R(T_1+T_3-2\sqrt{T_1\cdot T_3})}$ (3)

Так как $\boxed{\upsilon_{\text{ср.КВ.}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}}$, то $\boxed{T=\frac{\mu\upsilon^2_{\text{ср.КВ.}}}{3R}}$ Подставляя T в (3), получим $\boxed{A=\frac{\nu\mu}{3}(V_1{}^2_{\text{ср.КВ.}}+V_3{}^2_{\text{ср.КВ.}}-2V_{1\ \text{ср.КВ.}}V_{3\text{ср.КВ.}})}$. Подставив числовые значения,

получим $\boxed{A=\frac{2\cdot 0{,}028}{3}(300^2+700^2-2\cdot 300\cdot 700)=2985\ \text{Дж}}$

З А Д А Ч А 4. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{5{,}1\cdot 10^{-7}\text{м}}$

Показатель преломления среды $n=\frac{c}{\upsilon}=\frac{c}{\lambda\cdot\nu}$,

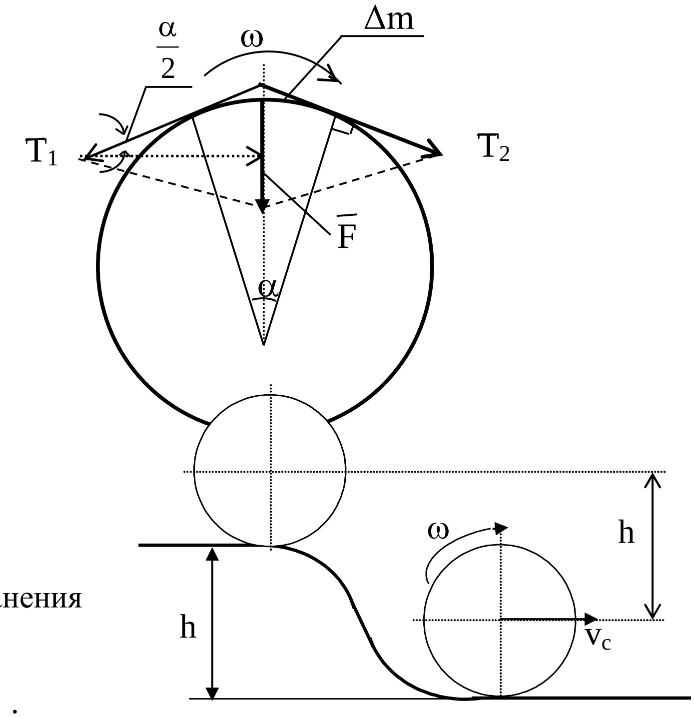
где υ - скорость света в данной среде.

λ, ν - длина волны и её частота в данной среде.

$$\lambda=\frac{c}{n\cdot\nu}=\frac{3\cdot 10^8}{1{,}33\cdot 4{,}4\cdot 10^{14}}=5{,}1\cdot 10^{-7}\,м. \quad \lambda=5{,}1\cdot 10^{-7}\,м$$

З А Д А Ч А 5. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{T=\frac{mgh}{2\pi R}=\frac{mg}{\pi}}$.



1) $F=2T\sin\frac{\alpha}{2}$.

2) $F=\Delta m\varpi^2 R$; $F=2T\sin\frac{\alpha}{2}=\Delta m\varpi^2 R$,

где $\Delta m=\frac{m}{2\pi}\alpha$

Для малых углов $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\alpha}{2}$

3) $T=\frac{m}{2\pi}\varpi^2 R$. $|\vec{T}_1|=|\vec{T}_2|=T$.

4) При скатывании обруча, исходя из закона сохранения энергии

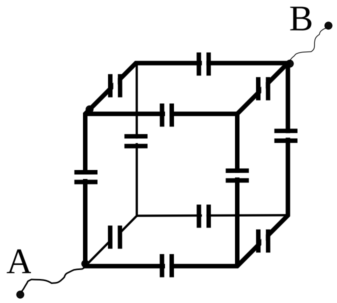
$\boxed{mgh=E_{\text{пост}}+E_{\text{вращат}}=mv_c{}^2}$; $v_c=\sqrt{gh}$;

$$\varpi=\frac{v_c}{R}=\frac{\sqrt{gh}}{R}.$$

Подставляя ω в 3), получим $\boxed{T = \dfrac{m}{2\pi} R \cdot \dfrac{gh}{R^2} = \dfrac{mgh}{2\pi R}}$. Так как $h = 2R$, $\boxed{T = \dfrac{mg}{\pi}}$.

З А Д А Ч А 6. **(**24 балла)

Ответ: $\boxed{\dfrac{C_{БАТ}}{C'_{БАТ\sum}} = 0{,}96}$.



1). Пусть ёмкость каждого воздушного конденсатора равна C_0. Тогда начальную ёмкость батареи конденсаторов найдём из соотношения : $\dfrac{1}{C_{БАТ\sum}} = \dfrac{2}{3C_0} + \dfrac{1}{6C_0} = \dfrac{5}{6C_0}$,

откуда $C_{БАТ\sum} = \dfrac{6}{5}C_0 = 1{,}2C_0$,

2) При заполнении конденсатора ёмкостью C_0 диэлектриком, его ёмкость становится равной $C = \varepsilon C_9$, и ёмкость всей батареи будет находиться из уравнения

$$\frac{1}{C_{БАТ\sum}} = \frac{1}{3C_0\varepsilon} + \frac{1}{6C \cdot \varepsilon} + \frac{1}{3C_0\varepsilon} = \frac{5}{6C_0 \cdot \varepsilon}; \qquad C_{БАТ\sum} = \frac{6}{5}\varepsilon \cdot C_0 = 1{,}2\varepsilon C_0.$$

при ноле градусов Цельсия, $\varepsilon = 4$, Ёмкость батареи конденсаторов, заполненных диэлектриком при ноле градусов Цельсия, равна $C_{БАТ\sum} = 1{,}2 \cdot 4 \cdot C_0 = 4{,}8C_0$. (1)

3) При нагревании на 10^0C шести конденсаторов, примыкающих к точкам A и B , у которых $\varepsilon_1 = 4 + 0{,}1 \cdot 10 = 5$, их суммарная ёмкость будет находиться из уравнения

$$\frac{1}{C_{\sum 1}} = \frac{2}{3C_0\varepsilon_1} = \frac{2}{3C_0 5} = \frac{2}{15C_0} \qquad (2), \quad \text{откуда } C_{\sum 1} = \frac{15}{2}C_0$$

4) При охлаждении остальных шести конденсаторов на 20 ^{0}C, у которых $\varepsilon_2 = 4 - 0{,}1 \cdot 20 = 2$,

суммарная ёмкость батареи из этих конденсаторов будет находиться из следующего соотношения :

$$\frac{1}{C_{\sum 2}} = \frac{1}{6C \cdot \varepsilon} = \frac{1}{6C_0 \cdot 2} = \frac{1}{12C_9}; \qquad \text{откуда } C_{\sum 2} = 12C_0. \qquad (3)$$

5) Суммарная ёмкость батареи из всех охлаждённых и нагретых конденсаторов найдём из соотношения

$$\frac{1}{C_{БАТ}} = \frac{1}{C_{\sum 1}} + \frac{1}{C_{\sum 2}} = \frac{2}{15C_0} + \frac{1}{12C_0} = \frac{13}{60C_0}. \quad \text{Откуда } C_{БАТ} = \frac{60}{13}C_0 \qquad (4)$$

6) Тогда отношение ёмкости батареи конденсаторов с нагретыми и охлаждёнными конденсаторами к ёмкости батареи конденсаторов при ноле градусов Цельсия, будет равно

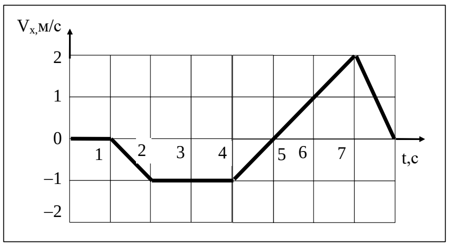
$$\frac{C_{БАТ}}{C'_{БАТ\sum}} = \frac{60}{13 \cdot 4{,}8}\frac{C_0}{C_0} = \frac{15}{13 \cdot 1{,}2} = \frac{15}{15{,}6} = 0{,}96.$$

Заключительный тур

ВАРИАНТ № 3

З А Д А Ч А 1. (12 баллов)

Ответ: 1 Н.



З А Д А Ч А 2. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{f = \dfrac{d}{Dd-1} = \dfrac{0{,}125}{10\cdot 0{,}125-1} = 0{,}5\,\text{м}}$

$$\frac{1}{f} = D - \frac{1}{d}, \quad \text{откуда} \quad f = \frac{d}{Dd-1} = \frac{0{,}125}{10\cdot 0{,}125-1} = 0{,}5\,\text{м}$$

З А Д А Ч А 3. (16 баллов)

Ответ: $\eta = 0{,}3 = 30\%$.

Двигатель за время t совершает работу $p\cdot t = \eta\cdot m\cdot q$,

где p –мощность двигателя, m - расход топлива за время t,

q – удельная теплота сгорания топлива.

$$\eta = \frac{p\cdot t}{m\cdot q} = \frac{1\cdot 10^3\cdot 60}{0{,}292\cdot 4\cdot 10^7} = 0{,}3 = 30\% \qquad \eta = 0{,}3 = 30\%$$

З А Д А Ч А 4. (16 баллов)

$$\boxed{E_o = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2} = V_o\frac{R}{(R-r)r} = 20\ \frac{\text{кВ}}{\text{см}} = 2\cdot 10^6\ \frac{\text{В}}{\text{м}}}$$

Если сферический конденсатор имеет заряд Q, то потенциал внутренней оболочки $\varphi(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r} - \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\dfrac{(R-r)}{rR}$, откуда

$$Q = \varphi 4\pi\varepsilon_o\frac{rR}{R-r} = V4\pi\varepsilon_o\frac{rR}{R-r}$$

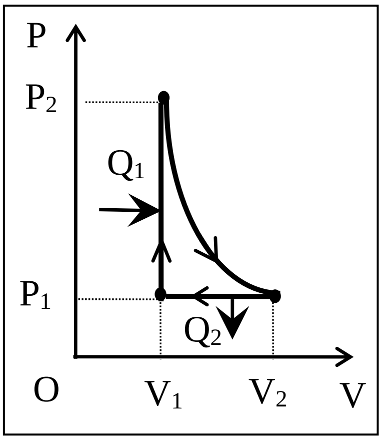
Потенциал наружной оболочки равен нулю $\varphi(R) = 0$, тогда $\varphi(r) - \varphi(R) = V_o$

Напряженность поля максимальна вблизи поверхности внутренней обкладки конденсатора

$$E_o = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r} = V_o\frac{rR}{(R-r)r^2} = V_o\frac{R}{(R-r)r} = 20\ \frac{\text{кВ}}{\text{см}} = 2\cdot 10^6\ \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

З А Д А Ч А 5. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{n_2 = 1 + \frac{5}{3}\frac{(n_1 - 1)}{(1-\eta)}}$.



$$Q_1 = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1); \qquad Q_2 = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1).$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{5}{3}\frac{(T_3 - T_1)}{(T_2 - T_1)}.$$

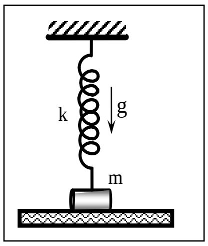
$$\begin{matrix} P_1V_1 = \nu RT_1 \\ P_1V_2 = \nu RT_3 \\ P_2V_1 = \nu RT_2 \end{matrix} \; ; \quad \frac{T_3}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = n_1; \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} = n_2.$$

$$\eta = 1 - \frac{5}{3}\frac{(n_1 - 1)}{(n_2 - 1)}; \quad \eta = \frac{3n_2 - 3 - 5n_1 + 5}{3n_2 - 3}; \qquad 3\eta n_2 - 3\eta = 3n_2 - 5n_1 + 2 .$$

$$3\eta(n_2 - 1) = (3n_2 - 3) - (5n_1 - 5); \qquad 3(n_2 - 1) - 3\eta(n_2 - 1) = 5(n_1 - 1)$$

$$3(n_2 - 1)(1 - \eta) = 5(n_1 - 1); \quad (n_2 - 1) = \frac{5(n_1 - 1)}{3(1-\eta)}; \text{ отсюда } \quad n_2 = 1 + \frac{5}{3}\frac{(n_1 - 1)}{(1-\eta)}.$$

З А Д А Ч А 6. (24 балла)



Ответ: . $\boxed{A = \frac{m}{k}\sqrt{2ag - a^2}}$

Второй закон Ньютона для стержня при движении платформы вниз с ускорением a **:** $mg - k\Delta x - N = ma$, где N- сила, действующая со стороны платформы на стержень. В момент отрыва стержня от платформы $N = 0$ и, следовательно,

$mg - k\mathrm{x}_0 = ma$, где x_0 -величина растяжения пружины в момент отрыва стержня.

$\mathrm{x}_0 = \frac{m(g-a)}{k}$. Так как платформа движется с постоянным ускорением a, то $\mathrm{x}_0 = \frac{a\cdot\tau^2}{2}$., где τ - время от начала движения платформы до момента отрыва стержня от неё Выражая из последнего равенства $\tau = \sqrt{\frac{2\mathrm{x}_0}{a}}$, найдем скорость стержня в момент отрыва: $\vartheta_1 = a\tau = a\sqrt{\frac{2\mathrm{x}_0}{a}} = \sqrt{2ax_0}$. (1) Для точки равновесия x_p: $mg = kx_p$, откуда $x_p = \frac{mg}{k}$. Поэтому $\mathrm{x}_1 = x_p - x_0 = \frac{ma}{k}$. (2)

После отрыва от платформы стержень совершает гармонические колебания около точки равновесия, описываемые уравнениями:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \quad \text{и} \quad \vartheta_x = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \;, \text{ где } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Подставляя в эти уравнения значения координаты x_1 (2) и ϑ_1 (1),

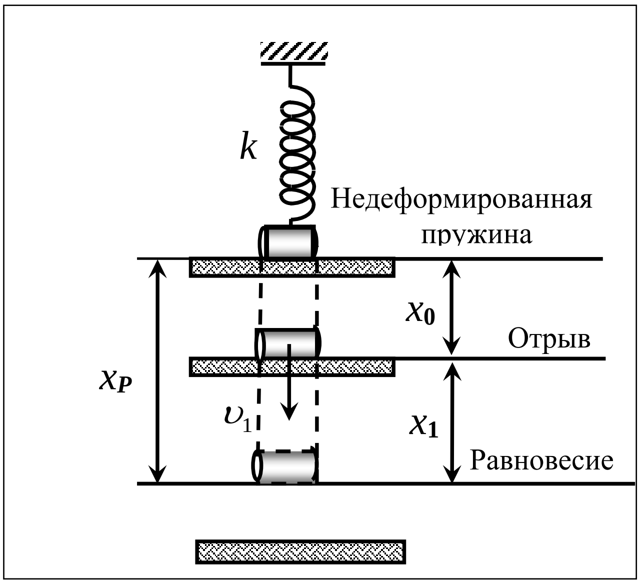
где x_1- *смещение стержня от положения равновесия в момент отрыва,*
ϑ_1 - *скорость стержня в этот момент, получаем уравнение:*

$\frac{x_1{}^2}{A^2}+\frac{\vartheta_1{}^2}{A^2\omega^2}=1$. Отсюда $A^2=x_1{}^2+\frac{\vartheta_1{}^2}{\omega^2}=\left(\frac{ma}{k}\right)^2+\frac{2ax_0}{k}m.$

Следовательно, $A=\frac{m}{k}\sqrt{a^2+2a(g-a)}$.

То есть амплитуда колебаний равна $A=\frac{m}{k}\sqrt{2ag-a^2}$.

.



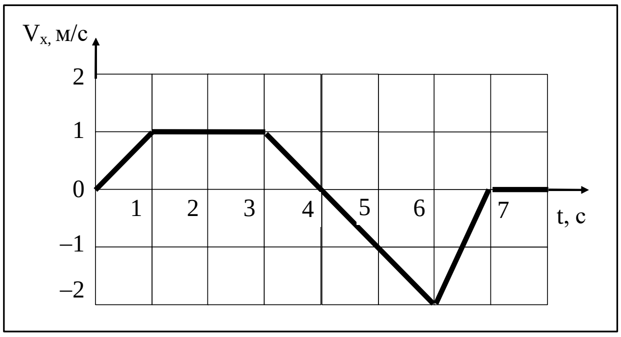
Межрегиональная отраслевая олимпиада «ГАЗПРОМ 2021-2022»

Заключительный тур

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 4

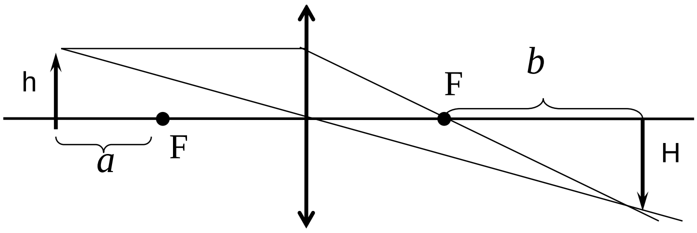
З А Д АЧ А 1. (12 баллов)

Ответ: 0.



З А Д АЧ А 2. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{h = H\sqrt{\frac{a}{b}}}$.



$$\frac{1}{F+a} + \frac{1}{F+b} = \frac{1}{F} \quad ;$$

$$F = \sqrt{ab}$$

$$\frac{H}{h} = \frac{F+b}{F+a} = \frac{\sqrt{ab}+b}{\sqrt{ab}+a} = \sqrt{\frac{b}{a}} \quad ; \quad \boxed{h = H\sqrt{\frac{a}{b}}}$$

З А Д АЧ А 3. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{\eta = 0{,}24 = 24\%}$

Двигатель за время t совершает работу $p \cdot t = \eta \cdot m \cdot q$,

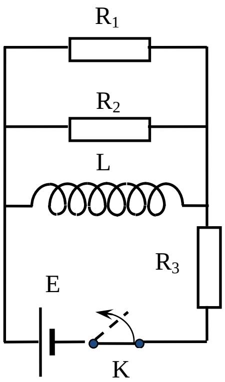
где p –мощность двигателя, m - расход топлива за время t в секундах,

q – удельная теплота сгорания топлива.

$$\eta = \frac{p \cdot t}{m \cdot q} = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 3600}{0{,}33 \cdot 4{,}6 \cdot 10^7} = 0{,}24 = 24\% \quad ; \qquad \eta = 0{,}24 = 24\%$$

З А Д АЧ А 4. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{Q_2 = \dfrac{LE^2}{2R_3^2\left(1+\dfrac{R_2}{R_1}\right)} = 50 \ \text{Дж}}$.



1). До размыкания ключа установившаяся сила тока равна $I = \frac{E}{R_3}$ (через резисторы R_1 и R_2 ток не течет, т.к. разность потенциалов на катушке индуктивности равна нулю.

2). После размыкания ключа электрическая энергия катушки выделится в виде тепла на резисторах R_1 и R_2 (через резистор R_3 ток течь не будет): $Q = \frac{LI^2}{2} = \frac{LE^2}{2R_3^2}$.

3). Так как резисторы R_1 и R_2 соединены параллельно, разности потенциалов на них равны: $I_1R_1 = I_2R_2 = U$. По закону Джоуля Ленца количества теплоты, выделяющиеся в резисторах за небольшой интервал времени Δt, равны: $\Delta Q_1 = I_1{}^2R_1\Delta t = \dfrac{U^2}{R_1}\Delta t$; $\Delta Q_2 = I_2{}^2R_2\Delta t = \dfrac{U^2}{R_2}\Delta t$.

Из этих уравнений следует, что $Q_1R_1 = Q_2\ R_2$. Вместе с тем, $Q_1 + Q_2 = Q$. Окончательно находим

$$Q_2 = \frac{Q}{1+\dfrac{R_2}{R_1}} = \frac{LE^2}{2R^2{}_3\left(1+\dfrac{R_2}{R_1}\right)}$$

. Подставим числовые значения, найдём

$$Q_2 = \frac{LE^2}{2R^2{}_3\left(1+\dfrac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{3\cdot10^4}{2\cdot10^2\cdot\left(1+\dfrac{20}{10}\right)} = 50\ \text{Дж}.$$

З А Д А Ч А 5. (16 баллов)

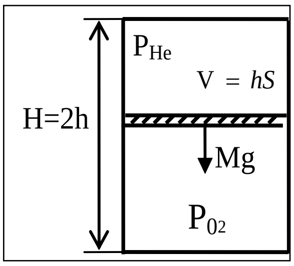
Ответ: $\boxed{\Delta h = \dfrac{h}{2} = 1м}$

1) Условие равновесия поршня до перетекания гелия (в исходном состоянии)

$\boxed{P_{O_2} = P_{He} + \dfrac{Mg}{S}}$; $\boxed{P_{O_2}S = P_{He}S + Mg}$ (1), где P_{O_2} - давление кислорода.

$$P_{He} = \frac{1\cdot m_{He}}{V\cdot\mu_{He}}RT = \frac{m_{He}RT}{\dfrac{h}{2}S\cdot\mu_{He}} = \frac{2m_{He}RT}{h\cdot S\cdot\mu_{He}}$$

- исходное давление гелия.



Подставив числовые значения, получим:

$$P_{He} = \frac{2m_{He}RT}{h\cdot S\cdot\mu_{He}} = \frac{2\cdot10\cdot10^{-3}\cdot8{,}31\cdot300}{2\cdot300\cdot10^{-4}\cdot4\cdot10^{-3}} = 2{,}08\cdot10^5\ Па$$

2. Давление поршня на кислород

$$\boxed{P_{ПОРШНЯ} = \frac{Mg}{S} = \frac{100\cdot9{,}8}{300\cdot10^{-4}} = 3{,}27\cdot10^4\ Па}.$$

3. Первоначальное давление кислорода

$$\boxed{P_{O_2} = P_{He} + P_{ПОРШНЯ} = 2{,}08\cdot10^5 + 3{,}27\cdot10^4 = 2{,}4\cdot10^5\ Па}.$$

Получили, что $\boxed{P_{O_2} >> P_{ПОРШНЯ}}$.

Из приведённых вычислений следует, что после перетекания гелия, сила давления кислорода на поршень ($P_{O_2}S$) будет почти на порядок превышать силу тяжести поршня. В результате поршень сместится вверх на $\Delta h = \dfrac{h}{2} = 1м$.

З А Д А Ч А 6. (24 балла)

Ответ: $\boxed{m = \frac{A\,k}{\sqrt{2ag - a^2}}}$.

Второй закон Ньютона для стержня при движении платформы вниз с ускорением a : $mg - k\Delta x - N = ma$, где N- сила, действующая со стороны платформы на стержень. В момент отрыва стержня от платформы $N = 0$ и, следовательно, $mg - k\mathrm{x}_0 = ma$, где x_0 -величина растяжения пружины в момент отрыва стержня.

$\mathrm{x}_0 = \frac{m(g-a)}{k}$. Так как платформа движется с постоянным ускорением a, то $\mathrm{x}_0 = \frac{a\cdot\tau^2}{2}$., где τ - время от начала движения платформы до момента отрыва стержня от неё

Выражая из последнего равенства $\tau = \sqrt{\frac{2\mathrm{x}_0}{a}}$, найдем скорость стержня в момент отрыва: $\vartheta_1 = a\tau = a\sqrt{\frac{2\mathrm{x}_0}{a}} = \sqrt{2ax_0}$. (1) Для точки равновесия x_p: $mg = kx_p$, откуда $x_p = \frac{mg}{k}$. Поэтому $\mathrm{x}_1 = x_p - x_0 = \frac{ma}{k}$. (2)

После отрыва от платформы стержень совершает гармонические колебания около точки равновесия, описываемые уравнениями:

$x = Asin(\omega t + \varphi)$ и $\vartheta_x = A\omega cos(\omega t + \varphi)$, где $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Подставляя в эти уравнения значения координаты x_1 (2) и ϑ_1 (1),

где x_1- *смещение стержня от положения равновесия в момент отрыва,*
ϑ_1 *- скорость стержня в этот момент, получаем уравнение:*

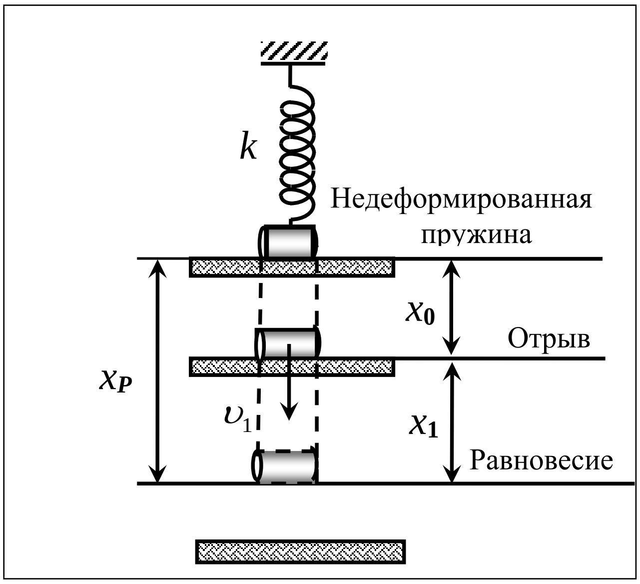
$\frac{{x_1}^2}{\mathrm{A}^2} + \frac{{\vartheta_1}^2}{\mathrm{A}^2\omega^2} = 1$. Отсюда $\mathrm{A}^2 = {x_1}^2 + \frac{{\vartheta_1}^2}{\omega^2} = \left(\frac{ma}{k}\right)^2 + \frac{2ax_0}{k}m.$

Следовательно, $A = \frac{m}{k}\sqrt{a^2 + 2a(g-a)}$, откуда найдём массу груза

$$m = \frac{A\,k}{\sqrt{a^2+2a(g-a)}} = \frac{Ak}{\sqrt{2ag-a^2}}$$.

.

.



Межрегиональная отраслевая олимпиада
«ГАЗПРОМ 2021-2022»
Заключительный тур
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 5

З А Д А Ч А 1. (12 баллов)
Ответ: 0,25.

$g = G\frac{M_3}{R_3{}^2}$ – на поверхности Земли.

$a = G\frac{M_3}{(R_3+h)^2}$, $a = 0{,}64g$, следовательно, $\frac{a}{g} = 0{,}64$

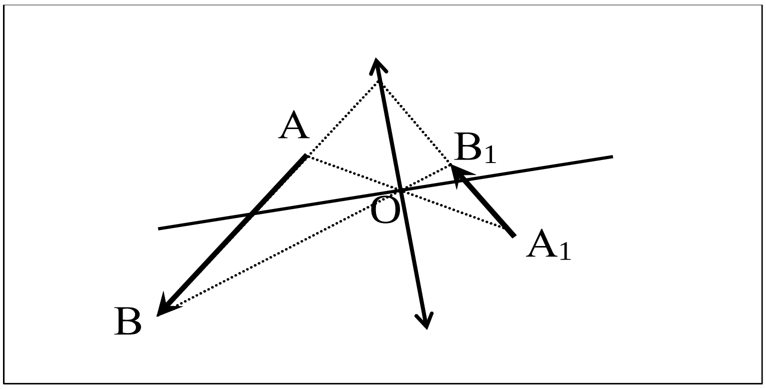
$\frac{a}{g} = \frac{G\frac{M_3}{(R_3+h)^2}}{G\frac{M_3}{R_3{}^2}} = \frac{R_3{}^2}{(R_3+h)^2} = 0{,}64.$ Следовательно, $\frac{R_3}{(R_3+h)} = 0{,}8$

$0{,}8R_3 + 0{,}8h = R_3.$ $0{,}8h = 0{,}2R_3.$

Отсюда найдём, какую долю составляет высота h от радиуса Земли

$$\frac{h}{R_3} = \frac{0{,}2}{0{,}8} = 0{,}25.$$

З А Д А Ч А 2. (16 баллов)
Ответ:



З А Д А Ч А 3. (16 баллов)

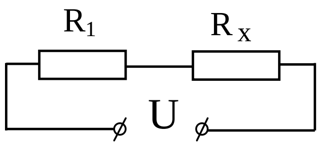
Ответ: $\boxed{F = 2\rho S v^2 \cos 60^o}$ = 60 Н.

$\boxed{\Delta p_x = F\Delta t}$, $\boxed{\Delta p_x = 2mv\cos\alpha}$, где .

$\boxed{F = 2\rho S v^2 \cos 60^o}$ $F = 2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2 \cdot 0.5 = 60H$

З А Д А Ч А 4. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{R_x = 10 \text{ Ом}}$; $\boxed{P_{max} = 2{,}5 \text{ Вт}}$.



1) Тепловая мощность, выделяющаяся на резисторе R_x, равна

$P_x = I^2 R_x$, где $I = \frac{U}{R_1 + R_x}$.

2) Искомую величину R_x найдём из исследования функции мощности от Rx на экстремум, то есть рассмотрев $\frac{dP_x}{dR_x} = 0$,

$$\frac{dP_x}{dR_x} = U^2 \frac{(R_1+R_x)^2 - R_x 2(R_1+R_x)}{(R_1+R_x)^4} = 0; \quad R_1^2 + 2R_1R_x + R_x^2 - 2R_1R_x - 2R_x^2 = 0$$

$R_x^2 = R_1^2$; получаем $R_x = R_1 = 10\ Ом$.

3) Максимальная мощность на сопротивлении R_x

$$P_{\max} = \frac{U^2}{(R_1+R_x)^2} R_x = \frac{U^2 R_1}{(2R_1)^2} = \frac{U^2}{4R_1} = \frac{10^2}{4\cdot 10} = 2{,}5\ Вт. \qquad P_{\max} = 2{,}5\ Вт.$$

ЗАДАЧА 5. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{F = P_B \cdot S = 300\ H}$.

При температуре T =373 K давление насыщенного пара воды равно $P_o=10^5$ Па. При таких условиях 3 моль газа должны занимать объем V = 91,8 дм^3. Но вода находится в правой части в объеме $V_п$=81,6 дм^3, значит она испарится не вся, при этом давление водяного пара равно $P_o=10^5$ Па. Сила F должна уравновесить силу давления водорода. Водород при этом, проникнув через перегородку, займет весь объем между поршнями. Его давление

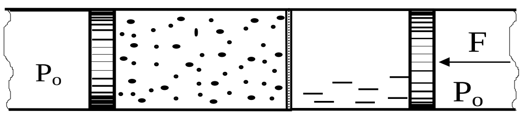
$$P_B = \frac{RT}{V_Л + V_П}, \quad (1)$$

где $V_Л$ – объем левой части сосуда. $V_П$– объем правой части сосуда.

Азот останется только в левой части сосуда , его давление $P_A = \frac{RT}{V_Л}$. (2)

При написании уравнений (1) и (2) учтено, что сосуд содержит по 1 молю азота и водорода.

Общее давление в левой части сосуда $P_B + P_A = P_o$



Или $$P_o = \frac{RT}{V_Л + V_П} + \frac{RT}{V_Л}.$$

Решая полученную систему уравнений, находим $P_B = 3\cdot 10^4$ Па.

Тогда $$F = P_B \cdot S = 3\cdot 10^4 \cdot 10^{-2} = 300\ H.$$

ЗАДАЧА 6. (24 балла)

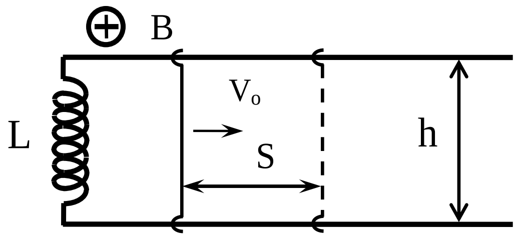
Ответ: $\boxed{m = \frac{S^2 B^2 h^2}{L \upsilon_o^2}}$;

Так как сопротивление контура R = 0, то суммарная ЭДС в контуре должна быть равна нулю. Значит, суммарный магнитный поток через контур не должен изменяться. Если перемычка сдвинулась на величину *x*, и в ней появился ток I , то изменение суммарного магнитного потока

$\Delta\Phi = Bhx + LI = 0$. Отсюда $I = -\dfrac{Bh}{L}x$.

По закону Ампера сила, действующая на перемычку с током

$F_x = IBh = -\dfrac{B^2h^2}{L}x$.



Ускорение перемычки $a_x = \dfrac{F_x}{m} = -\dfrac{B^2h^2}{mL}x$.

Из последнего уравнения следует, что перемычка совершает колебательное движение с круговой частотой $\omega = \dfrac{B\ h}{\sqrt{mL}}$.

Для колебательного движения максимальная скорость $\upsilon_{\max} = A\omega$.

В нашем случае $\upsilon_{\max} = \upsilon_o$ - максимальная скорость перемычки,

A = S – амплитуда колебаний, равная расстоянию, которое проходит перемычка до первой остановки.

Поэтому $\upsilon_o = S\omega = \dfrac{SBh}{\sqrt{Lm}}$. Отсюда найдем массу перемычки $\boxed{m = \dfrac{S^2B^2h^2}{L\upsilon_o^{\,2}}}$..

Заключительный тур
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 6

З А Д АЧ А 1. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{h = R}$.

На поверхности Земли имеем $F = mg = \gamma \dfrac{mM}{R^2}$ (1), где R – радиус Земли

На высоте h над поверхностью Земли $mg_1 = \gamma \dfrac{mM}{(R+h)^2}$ (2)

Из (1) и (2) имеем отношение $\dfrac{g_1}{g} = \dfrac{R^2}{(R+h)^2}$ (3)

Уравнение (3) дает зависимость отношения $\dfrac{g_1}{g}$ от высоты h

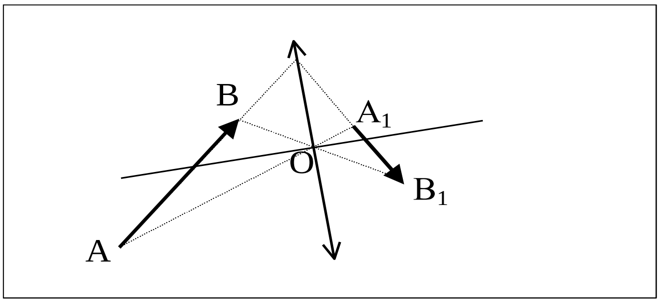
Обозначим $\dfrac{g_1}{g} = n$. Тогда $\dfrac{R^2}{(R+h)^2} = n$ или $h^2 + 2Rh + \left(R^2 - \dfrac{R^2}{n}\right) = 0$

Решая это квадратное уравнение, находим $h = -R \pm \dfrac{R}{\sqrt{n}}$

Так как $h > 0$, то берем $h = -R + \dfrac{R}{\sqrt{n}}$. По условию $n = 0{,}25$, тогда $h = -R + \dfrac{R}{\sqrt{0{,}25}} = R$. То есть $g_1 = 0{,}25g$ на высоте, равной радиусу Земли.

З А Д АЧ А 2. (16 баллов)

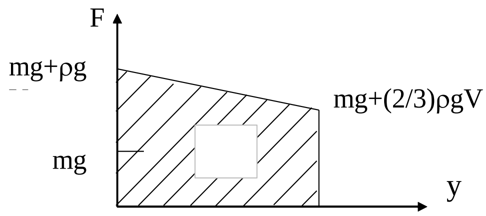
Ответ:



З А Д А Ч А 3. (16 баллов)

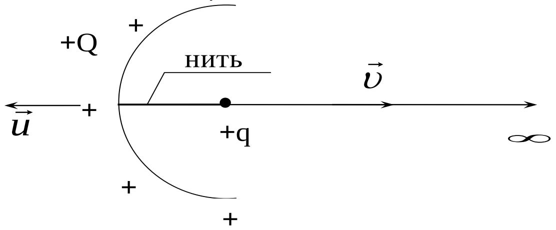
Ответ: $\boxed{A = (2m + \dfrac{5}{3}\rho V)\dfrac{gH}{2} = 2{,}9 \text{ кДж}}$

$$A = \frac{1}{2}(mg + \rho gV + mg + \frac{2}{3}\rho gV = (2m + \frac{5}{3}\rho V)\frac{gH}{2} = 2{,}9$$



З А Д А Ч А 4. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{u_{\max} = \sqrt{\dfrac{Q \cdot q \cdot m}{2\pi\varepsilon_0 R \cdot M(m+M)}}}$.



Запишем закон сохранения импульса $m\upsilon = Mu$, где υ - скорость шарика,

u - скорость полусферы.

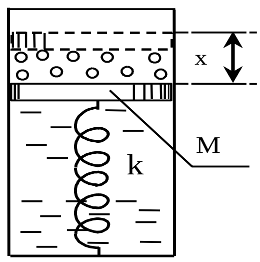
Запишем закон сохранения энергии (для удаления шарика в бесконечность (рис. 57))

$$\frac{Q\cdot q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{M\cdot u_{\max}{}^2}{2}+\frac{m\cdot\upsilon_{\max}{}^2}{2}=\frac{M\cdot u_{\max}{}^2}{2}\left(1+\frac{M}{m}\right).$$

Отсюда найдём $u_{\max}=\sqrt{\dfrac{Q\cdot q\cdot m}{2\pi\varepsilon_0 R\cdot M(m+M)}}$.

З А Д А Ч А 5. (16 баллов)

Ответ: $\boxed{m=7{,}4\ г}$.



При температуре 0° С давление насыщенных паров воды пренебрежимо мало, и в исходном состоянии системы поршень лежит на поверхности воды– его вес компенсирован реакцией опоры воды. При нагревании до 100 ° С часть воды испарится, пружина растянется под действием силы давления насыщенного пара, равной $p_н S$. Смещение поршня определяет величину деформации пружины x.

Запишем условие равновесия поршня в этом состоянии:

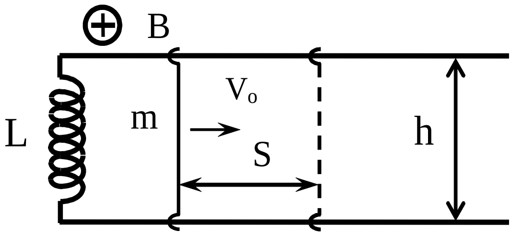
$$p_Н S = Mg + kx,\quad \text{откуда}\quad x=\frac{p_Н S - Mg}{k}.$$

Определить массу пара можно, исходя из уравнения состояния идеального газа (уравнения Клапейрона-Менделеева) $p_Н S\cdot x=\dfrac{m}{\mu}RT$.

Учитывая, что давление насыщенного пара при температуре равно нормальному атмосферному давлению p_o (условие кипения воды) и что абсолютная термодинамическая температура воды T = t + 273, получим

$$m=\frac{p_o\mu S}{R(t+273)}\frac{(p_oS-Mg)}{k}=7{,}4\cdot10^{-3}\ кг=7{,}4\ г.$$

З А Д А Ч А 6. (24 балла)



Ответ: $\boxed{S=\dfrac{V_o\sqrt{mL}}{Bh}}$

Так как R = 0, то суммарная ЭДС в контуре должна быть равна нулю. Значит, суммарный магнитный поток через контур не должен изменяться. Если перемычка сдвинулась на величину x, и в ней появился ток I , то изменение суммарного магнитного потока $\Delta\Phi = Bhx + LI = 0$. Отсюда

$$I=-\frac{Bh}{L}x.$$

Сила, действующая на перемычку с током $F_x = IBh = -\dfrac{B^2h^2}{L}x$.

Ускорение перемычки $a_x = \dfrac{F_x}{m} = -\dfrac{B^2h^2}{mL}x = -\omega^2 x$.

Движение колебательное с круговой частотой $\omega = \dfrac{B\ h}{\sqrt{mL}}$.

Для колебательного движения максимальная скорость $V_m = A\omega$.

В нашем случае $V_m = V_o$ - максимальная скорость перемычки, а A = S – амплитуда колебаний. Искомое расстояние до остановки $S = \dfrac{V_o}{\omega} = \dfrac{V_o\sqrt{mL}}{Bh}$.

$$S = \frac{V_o\sqrt{mL}}{Bh}$$ ..