

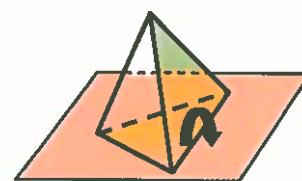


ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 1

МАТЕМАТИКА

1. Доказать неравенство $\ln n + \sqrt{n^2 + 1} < n + \sqrt{\ln^2 n + 1}$. Для натуральных n (5 баллов)
2. Найти количество всех натуральных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей. (8 баллов)
3. Найти сумму первых 10 элементов, встречающихся как среди членов арифметической прогрессии $\{5, 8, 11, 14, \dots\}$, так и среди членов геометрической прогрессии $\{10, 20, 40, 80, \dots\}$. (10 баллов)
4. Две смежные грани тетраэдра, представляющие собой правильные треугольники со стороной 1, образуют двугранный угол 60 градусов. Тетраэдр поворачивается вокруг общего ребра этих граней. Найти наибольшую площадь проекции вращающегося тетраэдра на плоскость, содержащую данное ребро. (12 баллов)
5. Найти наибольшее значение выражения $(\sin x + \sin 2y + \sin 3z)(\cos x + \cos 2y + \cos 3z)$. (15 баллов)





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 2

МАТЕМАТИКА

1. Доказать неравенство $n + \sqrt{3^{2n} + 2} < 3^n + \sqrt{n^2 + 2}$. Для натуральных n (5 баллов)
2. Найти сумму всех четырехзначных чисел, в десятичной записи которых участвуют лишь цифры 1,2,3,4,5, причем каждая цифра встречается не более одного раза. (8 баллов)
3. Найти сумму первых 10 элементов, встречающихся как среди членов арифметической прогрессии $\{4, 7, 10, 13, \dots\}$, так и среди членов геометрической прогрессии $\{10, 20, 40, 80, \dots\}$. (10 баллов)
4. Две смежные грани тетраэдра, представляющие собой равнобедренные прямоугольные треугольники с гипотенузой 2, образуют двугранный угол 60 градусов. Тетраэдр поворачивается вокруг общего ребра этих граней. Найти наибольшую площадь проекции вращающегося тетраэдра на плоскость, содержащую данное ребро. (12 баллов)
5. Найти наибольшее значение выражения $(\sin 3x + \sin 2y + \sin z)(\cos 3x + \cos 2y + \cos z)$. (15 баллов)



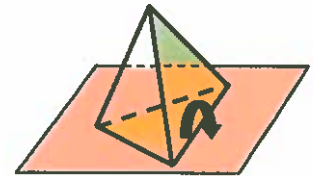


ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 3

МАТЕМАТИКА

1. Доказать неравенство $\ln n + \sqrt{n^2 + 3} < n + \sqrt{\ln^2 n + 3}$. Для натуральных n (5 баллов)
2. Найти количество всех натуральных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей. (8 баллов)
3. Найти сумму первых 10 элементов, встречающихся как среди членов арифметической прогрессии $\{5, 8, 11, 13, \dots\}$, так и среди членов геометрической прогрессии $\{20, 40, 80, 160, \dots\}$. (10 баллов)
4. Две смежные грани тетраэдра, представляющие собой правильные треугольники со стороной 3, образуют двугранный угол 30 градусов. Тетраэдр поворачивается вокруг общего ребра этих граней. Найти наибольшую площадь проекции вращающегося тетраэдра на плоскость, содержащую данное ребро. (12 баллов)
5. Найти наибольшее значение выражения $(\sin 2x + \sin y + \sin 3z)(\cos 2x + \cos y + \cos 3z)$. (15 баллов)





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 4

МАТЕМАТИКА

1. Доказать неравенство $n + \sqrt{3^{2n} + 3} < 3^n + \sqrt{n^2 + 3}$. Для натуральных n (5 баллов)
2. Найти сумму всех четырехзначных чисел, в десятичной записи которых участвуют лишь цифры 1,2,3,4,5, причем каждая цифра встречается не более одного раза. (8 баллов)
3. Найти сумму первых 10 элементов, встречающихся как среди членов арифметической прогрессии $\{4, 7, 10, 13, \dots\}$, так и среди членов геометрической прогрессии $\{20, 40, 80, 160, \dots\}$. (10 баллов)
4. Две смежные грани тетраэдра, представляющие собой правильные треугольники со стороной 1, образуют двугранный угол 45 градусов. Тетраэдр поворачивается вокруг общего ребра этих граней. Найти наибольшую площадь проекции вращающегося тетраэдра на плоскость, содержащую данное ребро. (12 баллов)
5. Найти наибольшее значение выражения $(\sin 2x + \sin 3y + \sin 4z)(\cos 2x + \cos 3y + \cos 4z)$. (15 баллов)



**ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ****ВАРИАНТ 5****МАТЕМАТИКА**

1. Решить уравнение $\left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)^3 + \left(\sin^2 y + \frac{1}{\sin^2 y}\right)^3 = 16 \cos z$ (5 баллов)

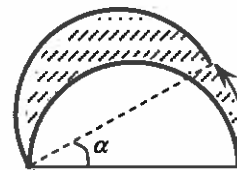
2. Девятизначное натуральное число A , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа B перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число B взаимно просто с числом 18 и $B > 222222222$. Найти наибольшее и наименьшее среди чисел A , удовлетворяющих этим условиям. (Два натуральных числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, отличных от единицы). (8 баллов)

3. Решить неравенство $2021x \leq 2022 \cdot \sqrt[2022]{x^{2021}} - 1$. (10 баллов)

4. Построить график функции $y = x^3 + \frac{x^3}{1+x^3} + \frac{x^3}{(1+x^3)^2} + \frac{x^3}{(1+x^3)^3} + \dots + \frac{x^3}{(1+x^3)^n} + \dots$

(12 баллов)

5. Найти площадь заштрихованной фигуры, описываемой полуокружностью, вращаемой относительно одного из концов на угол $\alpha = 30^\circ$. (15 баллов)





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 6

МАТЕМАТИКА

1. Решить уравнение $\left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)^3 + \left(\cos^2 y + \frac{1}{\cos^2 y}\right)^3 = 16 \sin^2 z$. (5 баллов)

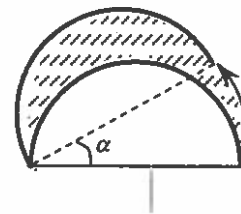
2. Восьмизначное натуральное число A , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа B перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число B взаимно просто с числом 12 и $B > 44444444$. Найти наибольшее и наименьшее среди чисел A , удовлетворяющих этим условиям. (Два натуральных числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, отличных от единицы). (8 баллов)

3. Решить неравенство $2021 \cdot \sqrt[2021]{x^{2020}} - 1 \geq 2020x$. (10 баллов)

4. Построить график функции $y = \sqrt[3]{x} + \frac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} + \frac{\sqrt[3]{x}}{(1 + \sqrt[3]{x})^2} + \frac{\sqrt[3]{x}}{(1 + \sqrt[3]{x})^3} + \dots + \frac{\sqrt[3]{x}}{(1 + \sqrt[3]{x})^n} + \dots$.

(12 баллов)

5. Найти площадь заштрихованной фигуры, описываемой полуокружностью, вращаемой относительно одного из концов на угол $\alpha = 45^\circ$. (15 баллов)





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 7

МАТЕМАТИКА

1. Решить уравнение $\left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)^3 + \left(\cos^2 y + \frac{1}{\cos^2 y}\right)^3 = 16 \cos z$. (5 баллов)

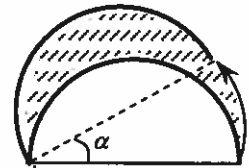
2. Девятизначное натуральное число A , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа B перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число B взаимно просто с числом 24 и $B > 666666666$. Найти наибольшее и наименьшее из чисел A , удовлетворяющих этим условиям. (Два натуральных числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, отличных от единицы). (8 баллов)

3. Решить уравнение $2021x = 2022 \cdot \sqrt[2022]{x^{2021}} - 1$. (10 баллов)

4. Построить график функции $y = \sqrt[5]{x} + \frac{\sqrt[5]{x}}{1 + \sqrt[5]{x}} + \frac{\sqrt[5]{x}}{(1 + \sqrt[5]{x})^2} + \frac{\sqrt[5]{x}}{(1 + \sqrt[5]{x})^3} + \dots + \frac{\sqrt[5]{x}}{(1 + \sqrt[5]{x})^n} + \dots$

(12 баллов)

5. Найти площадь заштрихованной фигуры, описываемой полуокружностью, вращаемой относительно одного из концов на угол $\alpha = 60^\circ$. (15 баллов)





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
ВАРИАНТ 8
МАТЕМАТИКА

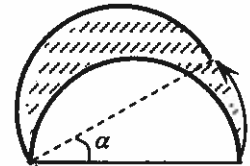
1. Решить уравнение $\left(\cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x}\right)^3 + \left(\cos^2 y + \frac{1}{\cos^2 y}\right)^3 = 16 \sin z$. (5 баллов)

2. Восьмизначное натуральное число A , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа B перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число B взаимно просто с числом 36 и $B > 77777777$. Найти наибольшее и наименьшее из чисел A , удовлетворяющих этим условиям. (Два натуральных числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, отличных от единицы). (8 баллов)

3. Решить уравнение $2021 \cdot \sqrt[202]{x^{2020}} - 1 = 2020x$. (10 баллов)

4. Построить график функции $y = x^5 + \frac{x^5}{1+x^5} + \frac{x^5}{(1+x^5)^2} + \frac{x^5}{(1+x^5)^3} + \dots + \frac{x^5}{(1+x^5)^n} + \dots$. (12 баллов)

5. Найти площадь заштрихованной фигуры, описываемой полуокружностью, вращаемой относительно одного из концов на угол $\alpha = 20^\circ$. (15 баллов)



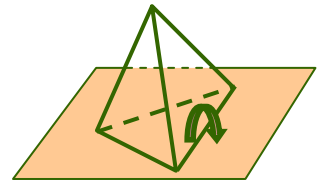


ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 1

МАТЕМАТИКА

1. Доказать неравенство $\ln n + \sqrt{n^2 + 1} < n + \sqrt{\ln^2 n + 1}$. Для натуральных n (5 баллов)
2. Найти количество всех натуральных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей. (8 баллов)
3. Найти сумму первых 10 элементов, встречающихся как среди членов арифметической прогрессии $\{5, 8, 11, 14, \dots\}$, так и среди членов геометрической прогрессии $\{10, 20, 40, 80, \dots\}$. (10 баллов)
4. Две смежные грани тетраэдра, представляющие собой правильные треугольники со стороной 1, образуют двугранный угол 60 градусов. Тетраэдр поворачивается вокруг общего ребра этих граней. Найти наибольшую площадь проекции вращающегося тетраэдра на плоскость, содержащую данное ребро. (12 баллов)
5. Найти наибольшее значение выражения $(\sin x + \sin 2y + \sin 3z)(\cos x + \cos 2y + \cos 3z)$. (15 баллов)



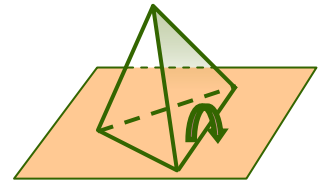


ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 2

МАТЕМАТИКА

1. Доказать неравенство $n + \sqrt{3^{2n} + 2} < 3^n + \sqrt{n^2 + 2}$. Для натуральных n **(5 баллов)**
2. Найти сумму всех четырехзначных чисел, в десятичной записи которых участвуют лишь цифры 1,2,3,4,5, причем каждая цифра встречается не более одного раза. **(8 баллов)**
3. Найти сумму первых 10 элементов, встречающихся как среди членов арифметической прогрессии $\{4, 7, 10, 13, \dots\}$, так и среди членов геометрической прогрессии $\{10, 20, 40, 80, \dots\}$. **(10 баллов)**
4. Две смежные грани тетраэдра, представляющие собой равнобедренные прямоугольные треугольники с гипотенузой 2, образуют двугранный угол 60 градусов. Тетраэдр поворачивается вокруг общего ребра этих граней. Найти наибольшую площадь проекции вращающегося тетраэдра на плоскость, содержащую данное ребро. **(12 баллов)**
5. Найти наибольшее значение выражения $(\sin 3x + \sin 2y + \sin z)(\cos 3x + \cos 2y + \cos z)$. **(15 баллов)**



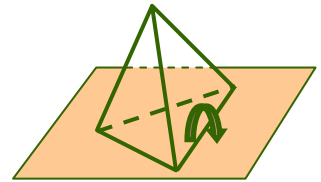


ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 3

МАТЕМАТИКА

1. Доказать неравенство $\ln n + \sqrt{n^2 + 3} < n + \sqrt{\ln^2 n + 3}$. Для натуральных n **(5 баллов)**
2. Найти количество всех натуральных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей. **(8 баллов)**
3. Найти сумму первых 10 элементов, встречающихся как среди членов арифметической прогрессии $\{5, 8, 11, 13, \dots\}$, так и среди членов геометрической прогрессии $\{20, 40, 80, 160, \dots\}$. **(10 баллов)**
4. Две смежные грани тетраэдра, представляющие собой правильные треугольники со стороной 3, образуют двугранный угол 30 градусов. Тетраэдр поворачивается вокруг общего ребра этих граней. Найти наибольшую площадь проекции вращающегося тетраэдра на плоскость, содержащую данное ребро. **(12 баллов)**
5. Найти наибольшее значение выражения $(\sin 2x + \sin y + \sin 3z)(\cos 2x + \cos y + \cos 3z)$. **(15 баллов)**



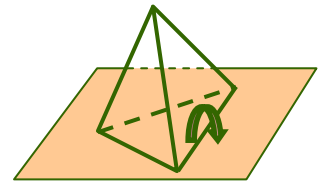


ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 4

МАТЕМАТИКА

1. Доказать неравенство $n + \sqrt{3^{2n} + 3} < 3^n + \sqrt{n^2 + 3}$. Для натуральных n **(5 баллов)**
2. Найти сумму всех четырехзначных чисел, в десятичной записи которых участвуют лишь цифры 1,2,3,4,5, причем каждая цифра встречается не более одного раза. **(8 баллов)**
3. Найти сумму первых 10 элементов, встречающихся как среди членов арифметической прогрессии $\{4, 7, 10, 13, \dots\}$, так и среди членов геометрической прогрессии $\{20, 40, 80, 160, \dots\}$. **(10 баллов)**
4. Две смежные грани тетраэдра, представляющие собой правильные треугольники со стороной 1, образуют двугранный угол 45 градусов. Тетраэдр поворачивается вокруг общего ребра этих граней. Найти наибольшую площадь проекции вращающегося тетраэдра на плоскость, содержащую данное ребро. **(12 баллов)**
5. Найти наибольшее значение выражения $(\sin 2x + \sin 3y + \sin 4z)(\cos 2x + \cos 3y + \cos 4z)$. **(15 баллов)**





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 5

МАТЕМАТИКА

1. Решить уравнение $\left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)^3 + \left(\sin^2 y + \frac{1}{\sin^2 y}\right)^3 = 16 \cos z$ (5 баллов)

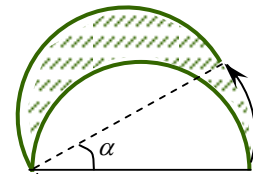
2. Девятизначное натуральное число A , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа B перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число B взаимно просто с числом 18 и $B > 222222222$. Найти наибольшее и наименьшее среди чисел A , удовлетворяющих этим условиям. (Два натуральных числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, отличных от единицы). (8 баллов)

3. Решить неравенство $2021x \leq 2022 \cdot \sqrt[2022]{x^{2021}} - 1$. (10 баллов)

4. Построить график функции $y = x^3 + \frac{x^3}{1+x^3} + \frac{x^3}{(1+x^3)^2} + \frac{x^3}{(1+x^3)^3} + \dots + \frac{x^3}{(1+x^3)^n} + \dots$.

(12 баллов)

5. Найти площадь заштрихованной фигуры, описываемой полуокружностью, вращаемой относительно одного из концов на угол $\alpha = 30^\circ$. (15 баллов)





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 6

МАТЕМАТИКА

1. Решить уравнение $\left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)^3 + \left(\cos^2 y + \frac{1}{\cos^2 y}\right)^3 = 16 \sin^2 z$. **(5 баллов)**

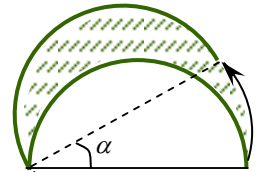
2. Восьмизначное натуральное число A , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа B перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число B взаимно просто с числом 12 и $B > 44444444$. Найти наибольшее и наименьшее среди чисел A , удовлетворяющих этим условиям. (Два натуральных числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, отличных от единицы). **(8 баллов)**

3. Решить неравенство $2021 \cdot \sqrt[2021]{x^{2020}} - 1 \geq 2020x$. **(10 баллов)**

4. Построить график функции $y = \sqrt[3]{x} + \frac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} + \frac{\sqrt[3]{x}}{(1 + \sqrt[3]{x})^2} + \frac{\sqrt[3]{x}}{(1 + \sqrt[3]{x})^3} + \dots + \frac{\sqrt[3]{x}}{(1 + \sqrt[3]{x})^n} + \dots$.

(12 баллов)

5. Найти площадь заштрихованной фигуры, описываемой полуокружностью, вращаемой относительно одного из концов на угол $\alpha = 45^\circ$. **(15 баллов)**





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 7

МАТЕМАТИКА

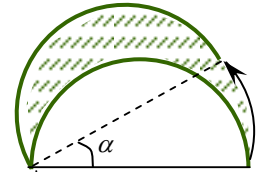
1. Решить уравнение $\left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)^3 + \left(\cos^2 y + \frac{1}{\cos^2 y}\right)^3 = 16 \cos z$. **(5 баллов)**

2. Девятизначное натуральное число A , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа B перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число B взаимно просто с числом 24 и $B > 666666666$. Найти наибольшее и наименьшее из чисел A , удовлетворяющих этим условиям. (Два натуральных числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, отличных от единицы). **(8 баллов)**

3. Решить уравнение $2021x = 2022 \cdot \sqrt[2022]{x^{2021}} - 1$. **(10 баллов)**

4. Построить график функции $y = \sqrt[5]{x} + \frac{\sqrt[5]{x}}{1 + \sqrt[5]{x}} + \frac{\sqrt[5]{x}}{(1 + \sqrt[5]{x})^2} + \frac{\sqrt[5]{x}}{(1 + \sqrt[5]{x})^3} + \dots + \frac{\sqrt[5]{x}}{(1 + \sqrt[5]{x})^n} + \dots$
(12 баллов)

5. Найти площадь заштрихованной фигуры, описываемой полуокружностью, вращаемой относительно одного из концов на угол $\alpha = 60^\circ$. **(15 баллов)**





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 8

МАТЕМАТИКА

1. Решить уравнение $\left(\cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x}\right)^3 + \left(\cos^2 y + \frac{1}{\cos^2 y}\right)^3 = 16 \sin z$. **(5 баллов)**

2. Восьмизначное натуральное число A , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа B перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число B взаимно просто с числом 36 и $B > 77777777$. Найти наибольшее и наименьшее из чисел A , удовлетворяющих этим условиям. (Два натуральных числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, отличных от единицы). **(8 баллов)**

3. Решить уравнение $2021 \cdot \sqrt[202]{x^{2020}} - 1 = 2020x$. **(10 баллов)**

4. Построить график функции $y = x^5 + \frac{x^5}{1+x^5} + \frac{x^5}{(1+x^5)^2} + \frac{x^5}{(1+x^5)^3} + \dots + \frac{x^5}{(1+x^5)^n} + \dots$.

(12 баллов)

5. Найти площадь заштрихованной фигуры, описываемой полуокружностью, вращаемой относительно одного из концов на угол $\alpha = 20^\circ$. **(15 баллов)**

