

**Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор»,
профиль «Инженерные науки»,**

10 класс

1. Семь учеников класса получают по одной двойке каждые два дня учебы, а девять других учеников – по двойке за три дня каждый. Остальные ученики класса двойки не получают никогда. С понедельника по пятницу в журнале появилось 30 новых двоек. Сколько новых двоек появится в классном журнале в субботу?

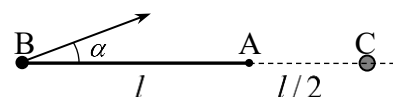
2. Доказать, что для любых положительных чисел a и b справедливо неравенство

$$\sqrt{\frac{a^2}{b}} + \sqrt{\frac{b^2}{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

3. Через вершину B правильного треугольника ABC проведена прямая L , пересекающая продолжение стороны AC за точку C . На прямой L отложены отрезки BM и BN по длине равные стороне треугольника ABC . Прямые MC и NA имеют общую точку D и пересекают стороны AB и BC треугольника в точках P и Q соответственно. Доказать, что около четырехугольника $PBQD$ можно описать окружность. Найти радиус этой окружности, если длина отрезка PQ равна $\sqrt{3}$.

4. Запаянный горизонтальный цилиндрический сосуд длиной l разделен на две части подвижной перегородкой. С одной стороны от перегородки содержится 1 моль кислорода, с другой – 1 моль гелия и 1 моль азота, а перегородка находится в равновесии. В некоторый момент времени перегородка становится проницаемой для гелия и остается непроницаемой для остальных газов. Найти перемещение перегородки к моменту установления равновесия. Температуры газов одинаковы и не меняются в течение всего процесса.

5. В точке A , находящейся на горизонтальной поверхности, закреплен конец лёгкой упругой нерастяжимой нити длиной l . Второй конец нити прикреплен к точечному массивному телу. В начальный момент нить натянута, тело находится в точке B . На той же поверхности на прямой, являющейся продолжением начального положения нити, на расстоянии $l/2$ от точки A сделана небольшая лунка (см. рисунок, вид сверху; лунка находится в точке C). Под каким углом α к начальному положению нити нужно толкнуть тело, чтобы оно попало в лунку, натянув нить один раз (не считая начального положения)? Трение отсутствует. Ненатянутая нить сопротивления движению тела не оказывает.



6. По гладкой горизонтальной поверхности перпендикулярно вертикальной стенке со скоростью v_0 движется доска длиной l с расположенным на ее конце точечным телом. Происходит абсолютно упругий удар доски о стенку. Считая, что удар происходит практически мгновенно, определить при каком коэффициенте трения между телом и доской доска остановится на максимальном расстоянии от стенки. Чему равно это максимальное расстояние? Массы доски и тела равны.

