

**Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор»,
профиль «Инженерные науки»,**

11 класс

1. Функция $f(x)$ – квадратный трехчлен, $g(x)$ – линейная функция, для которых справедливо неравенство $|f'(x)| \cdot g^2(x) \geq |f(x)| + |g(x)|$ для всех x . Докажите, что $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g^2(x)}$ существует для любого a и его значение не зависит от a .

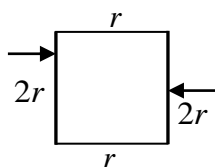
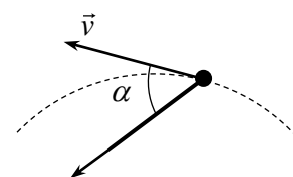
2. Петя предложил Васе найти все целые решения уравнения:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{x} \cdot \operatorname{tg} \frac{2\pi}{x} \cdot \operatorname{tg} \frac{3\pi}{x} \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} \frac{2021\pi}{x} = 0.$$

Вася зачеркнул в нем первый множитель $\operatorname{tg} \frac{\pi}{x}$ и вернул уравнение Пете утверждая, что множество целых решений уравнения от этого не изменилось. Петя подумал и проделал то же самое: зачеркнул множитель $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{x}$ утверждая, что все целые решения сохранились. Игра была продолжена. Сколько раз Петя и Вася могли зачеркивать очередные множители, сохраняя все целые решения уравнения?

3. Длина ребра BC треугольной пирамиды $ABCD$ равна 3. Точки M и N середины ребер DC и AB соответственно. На скрещивающихся прямых AM и DN расположены точки P и Q так, что прямая PQ параллельна BC . Найти длину отрезка PQ .

4. К телу, находящемуся на шероховатой горизонтальной поверхности, привязана нить, расположенная горизонтально. Тело тянут за нить, прикладывая к ней постоянную по величине силу. При этом тело движется с постоянной скоростью v по окружности радиуса R , а нить составляет постоянный угол α с вектором скорости тела (см. рисунок; вид сверху, фрагмент траектории тела показан пунктиром, нить – жирным отрезком). Найти коэффициент трения между телом и поверхностью.



5. Из проволоки изготовлен квадрат. Две противоположных стороны имеют одинаковые сопротивления r , две другие – одинаковые сопротивления $2r$. По двум противоположным сторонам с сопротивлением $2r$ могут перемещаться скользящие контакты (см. рисунок; контакты показаны стрелками). Во сколько раз максимальное сопротивление квадрата отличается от минимального? Как

нужно подключать контакты, чтобы сопротивление квадрата было минимальным или максимальным. Привести все варианты подключений.

6. С идеальным газом происходит циклический процесс 1-2-3-1, для которого дан график зависимости теплоемкости газа C от температуры T (см. рисунок; теплоемкости газа на всех участках являются линейными функциями температуры). Найти термодинамический коэффициент полезного действия этого процесса. Какую работу газ совершает за цикл? Ответ обосновать.

