

## Решения

1. Выразим  $z$  из первого уравнения и подставим во второе:

$$x^2 - 2x + y^2 - 2\sqrt{3}y = -4 \rightarrow (x-1)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow z = x^2 + y^2 + 2x = 6$$

**Ответ:**  $x = 1, y = \sqrt{3}, z = 6$

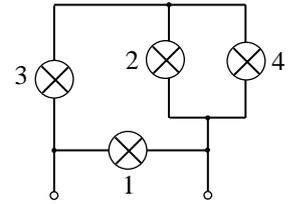
2. Поскольку в процессе поедания яблока его плотность не меняется, четвертая часть яблока всегда остается над поверхностью воды, а это значит, что вплоть до его полного поедания рыбы и птицы продолжают его есть (по условию) с постоянной скоростью. Поэтому условие, что яблоко в начальный момент выступает над поверхностью на  $\frac{1}{4}$  объема никак не влияет на ответ. Но тогда по соотношению скоростей поедания яблока, две из трех частей съедят птицы, а остальную треть – рыбы.

**Ответ:**  $\frac{2}{3}$

3. Лампочка 1 соединена параллельно с источником, поэтому выделяемая на ней мощность равна номинальной мощности всех включенных в цепь ламп.

Лампочки 5 и 6 «закорочены» не имеющими сопротивления проводами, поэтому напряжения на них равны нулю, и гореть они не будут:  $P_5 = P_6 = 0$ .

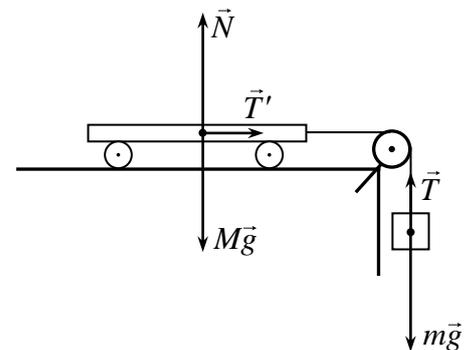
Выбрасывая лампочки 5 и 6 и соединяя подходящие к ним провода в один узел, получим следующую схему соединения остальных лампочек: лампочки 2 и 4 соединены параллельно и последовательно с лампочкой 3. Поэтому



сопротивление участка 3-2-4 равно  $3r/2$  ( $r$  - сопротивление каждой лампочки). Следовательно, ток через лампочку 3 составляет  $2/3$  от тока через лампочку 1, а токи через лампочки 2 и 4 –  $1/3$  от тока через лампочку 1. Поэтому мощность, выделяемая на лампочке 3, составляет  $4/9$  от  $P_1$ , а мощности, выделяемые на 2 и 4 –  $1/9$  от  $P_1$ . В результате имеем

$$P_2 = \frac{1}{9}P, P_3 = \frac{4}{9}P, P_4 = \frac{1}{9}P, P_5 = P_6 = 0.$$

4. На тело действуют сила тяжести  $m\vec{g}$  и сила натяжения нити  $\vec{T}$ , на тележку – сила тяжести  $M\vec{g}$ , реакции опоры  $\vec{N}$ , натяжения нити  $\vec{T}'$  (величина которой равна величине силы  $\vec{T}$  благодаря невесомости нити; см. рисунок). Поэтому второй закон Ньютона для тела и тележки в проекциях на оси, направленные вдоль движения тел, дает



$$\begin{aligned} ma &= mg - T \\ Ma &= T \end{aligned} \quad (*)$$

Здесь учтено, что нить нерастяжима, и потому ускорения тела и тележки равны. Из системы уравнений (\*) находим ускорение тележки

$$a = \frac{mg}{m + M}, \quad (**)$$

а отсюда отношение масс тела и тележки

$$\frac{M}{m} = \frac{g - a}{a}. \quad (***)$$

Когда мы привязываем к нити груз  $2m$ , для ускорения тележки имеем соотношение, аналогичное (\*\*)

$$a_1 = \frac{2mg}{2m + M} = \frac{2g}{2 + \frac{M}{m}},$$

откуда с учетом формулы (\*\*\*) найдем

$$a_1 = \frac{2ag}{a + g}$$

5.

```
{pascal}
program task_9;
var x1,x2,y1,y2: integer;
begin
read(x1,y1,x2,y2);//читаем входные данные
if ((x1*x2)>=0) and ((y1*y2)>=0) then
//условие на то, что точки лежат в одном квадранте
writeln('TRUE')
else
writeln('FALSE');
end.
```