Решения

1. Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi t,\ t \in Z$. **Решение.** Проверим, не могут ли синус и косинус в данном выражении при каких-то значениях x одновременно обращаться в нуль. Если да, то при этих значениях x данное выражение принимает минимальное значение.

$$\begin{cases} \cos(\pi\cos x) = 0 \\ \sin\left(2\pi\sqrt{3}\sin x\right) = 0 \end{cases} \to \begin{cases} \cos x = 1/2 + k,\ k \in Z \\ \sin x = \dfrac{m}{2\sqrt{3}},\ m \in Z \end{cases}$$

С учетом области значений косинуса, имеется два возможных значения $k = 0,\ k = -1$.

Случай 1. $k = 0$

$$\cos x = 1/2 \to \cos^2 x = \frac{1}{4} \to \sin^2 x = \frac{3}{4} = \frac{m^2}{12} \to m^2 = 9 \to \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -3 \end{array}\right.$$

$$1)\begin{cases} \cos x = \dfrac{1}{2} \\ \sin x = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \to x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi t, t \in Z$$

Случай 2. $k = -1$

$$\cos x = -1/2 \to \cos^2 x = \frac{1}{4} \to \sin^2 x = \frac{3}{4} = \frac{m^2}{12} \to m^2 = 9 \to \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -3 \end{array}\right.$$

$$2)\begin{cases} \cos x = -\dfrac{1}{2} \\ \sin x = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \to x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi t, t \in Z$$

Объединяя серии, получим ответ $x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi t,\ t \in Z$

2. Найдем изменение концентрации раствора озверина после того как кот выпил одну порциию. По определению объемной концентрации

$$C_0 = \frac{v_O}{V}$$

где C_0 - объемная концентрация раствора, v_O - первоначальный объем озверина в бутылке, V - полный объем раствора. Поэтому после того как кот выпил v мл раствора, в растворе осталось

$$v'_O = C_0(V - v)$$

озверина. А поскольку объем раствора после доливания воды снова стал V , новая объемная концентрация раствора C_1 равна

$$C_1 = \frac{v'_O}{V} = \frac{C_0(V - v)}{V} = C_0\left(1 - \frac{v}{V}\right)$$

После того как кот выпил вторую порцию озверина, его концентрация в растворе находится аналогично

$$C_2 = C_1\left(1 - \frac{v}{V}\right) = C_0\left(1 - \frac{v}{V}\right)^2$$

Поэтому после того как кот выпил n порций озверина (доливая после каждой воду в бутылку), его концентрация в бутылке будет равна

$$C_5 = C_0\left(1 - \frac{v}{V}\right)^n = 23{,}6\%$$

3. Пусть на участке изотермического расширения газ получил количество теплоты Q. Тогда на участке изохорического нагревания газ по условию получил количество теплоты $Q/2$. Следовательно в течение цикла газ получил от нагревателя количество теплоты

$$Q_н = \frac{3}{2}Q$$

Найдем работу газа. Работа совершается только в процессах 2-3 и 4-1, причем по модулю работа газа в этих процессах отличается втрое (поскольку при одном и том же объеме давление в процессе 2-3 втрое больше давления в процессе 4-1, а работа – это площадь под графиком процесса в координатах $p-V$. Поэтому работа газа в течение цикла есть

$$A = Q - \frac{1}{3}Q = \frac{2}{3}Q$$

Отсюда находим КПД цикла

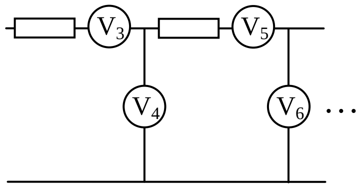
$$\eta = \frac{A}{Q_н} = \frac{4}{9}$$

4. Поскольку ток, текущий через вольтметр V_1, больше тока, текущего через вольтметр V_2, сопротивления вольтметров одинаковы, а каждый вольтметр показывает напряжение на нем, то значение $U' = 6$ В является показанием вольтметра V_1, $U = 4$ В – показанием вольтметра V_2, причем отношение токов, текущих через вольтметры V_1 и V_2 равно

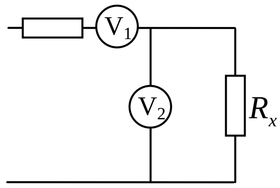
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U'}{U} = \frac{3}{2} \qquad \Rightarrow \qquad I_2 = \frac{2}{3}I_1$$

Поскольку ток, текущий через вольтметр V_1, делится на токи, текущие через V_2 и V_3, то ток, текущий через вольтметр V_3, равен

$$I_3 = \frac{1}{3}I_1.$$



Поэтому сопротивление цепочки, показанной на рисунке справа, вдвое больше сопротивления вольтметра $R_x = 2R$, где R - сопротивление вольтметра, R_x - сопротивление, показанного на рисунке участка цепи. С другой стороны, если отрезать одно звено, от бесконечной цепи, то ее сопротивление не изменится.



Поэтому сопротивление цепи, показанной на рисунке, также будет равно R_x.Отсюда

$$R_x = r + R + \frac{RR_x}{R + R_x}$$

где r - сопротивление резистора. Учитывая, что $R_x = 2R$, находим

$$r = \frac{R}{3}$$

Следовательно, напряжение на резисторе в первом звене рассматриваемой цепи $U_r = 2$ В, а напряжение создаваемое источником на всей нашей цепи, есть

$$U = U_r + U' + U = 12 \text{ В}.$$

Ко второму звену нашей цепи приложено втрое меньшее напряжение $U = 4$ В. Это значит, что показания вольтметров во втором звене цепи V_3 и V_4 будут втрое меньше показаний вольтметров в первом

$$U_3 = 2 \text{ В}, \; U_4 = \frac{4}{3} \text{ В}$$

Т.е. их сумма будет равна

$$U_3 + U_4 = \frac{10}{3} = \frac{1}{3}(U_1 + U_2)$$

Аналогично, сумма показаний вольтметров V_5 и V_6 составит одну треть от суммы показаний вольтметров V_3 и V_4

$$U_5 + U_6 = \frac{1}{3}\left(U_3 + U_4\right) = \frac{1}{9}\left(U_1 + U_2\right)$$

Отсюда заключаем, что сумма показаний всех вольтметров будет равна

$$\sum U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \ldots = \left(U_1 + U_2\right)\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \ldots\right)$$

Находя сумму геометрической прогрессии в скобках, получим

$$\sum U = \frac{3}{2}\left(U + U'\right) = 15 \text{ В}$$

5.

```
{pascal}
program task_11;

var
  N:integer;
  m_len:array[1..10000] of integer;//массив для записи длины минимального разложения
  m_val:array[1..10000] of integer;//массив для сохранения слагаемых минимального разложения

//объявляем рекурсивную функцию вычисления результата
//функция возвращает длину минимального разложения на квадраты для входного аргумента x
function getMinDec(x:integer):integer;
var
  i:integer;
  r,imin,rmin:integer;
begin
  if m_len[x]>0 then//результат (длина минимального разложения) уже ранее расчитан, возвраща-
ем
    getMinDec:=m_len[x]
  else if abs(sqrt(x)-round(sqrt(x)))<1e-9 then//число является полным квадратом, результат - 1
    begin
      m_len[x]:=1;//запоминаем значение рекурсии для данного x
      m_val[x]:=round(sqrt(x));//запоминаем, добавлением какого элемента это значение было полу-
чено
      getMinDec:=1;
    end
  else
    begin
      rmin:=x+1;//инициализируем значением, заведомо большим оптимального ответа
      for i:=1 to trunc(sqrt(x)) do//перебираем все разложения, получаемые из текущего вычитанием
одного полного квадрата
        begin
          r:=getMinDec(x-sqr(i))+1;//получаем длину нового разложения
          if r<rmin then//сравниваем с текущим оптимумом
            begin
              rmin:=r;//обновляем оптимум
              imin:=i;
            end;
        end;
      m_len[x]:=rmin;//запоминаем значение рекурсии для данного x
      m_val[x]:=imin;//запоминаем, добавлением какого элемента это значение было получено
      getMinDec:=rmin;
```

```
    end;
end;

begin

  readln(N);
  fillchar(m_len,sizeof(m_len),0);
  fillchar(m_val,sizeof(m_val),0);

  getMinDec(N);//вызываем рекурсию для вычисления ответа с запоминанием в массив m

  while N>0 do//восстанавливаем и выводим ответ
    begin
      write(m_val[N],' ');//выводим одно слагаемое оптимального разложения
      N:=N-sqr(m_val[N]);//определяем остаточную сумму
    end;

end.
```