

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации**

Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике

10 – 11 класс

2020 – 2021 учебный год

Отборочный этап

Вы приступаете к выполнению заданий Олимпиады школьников РАНХиГС. Прежде, чем Вы начнете, оргкомитет просит познакомиться с инструкцией:

1. Вы можете выполнять задания и загружать работу до окончания приема работ в 23:59 по московскому времени 16 ноября 2020 года. Иного таймера нет.
2. Рекомендуем загрузить работу не менее чем за 1 час до окончания приема работ: в 00:00 по московскому времени 17 ноября 2020 года система заблокирует прием работ автоматически.
3. Порядок оформления работы:
 - 3.1. Создать новый файл в текстовом редакторе (например, MS Word).
 - 3.2. Настроить шрифт Times New Roman, Arial или другой общеупотребимый, кегль 12 либо 14, междустрочный интервал 1,15 либо 1,5, абзацный отступ 1,25.
 - 3.3. Внести ответы и решения (где это необходимо), соблюдая порядок, указанный в заданиях
 - 3.4. Проверить соблюдение требований к объему, если они указаны в задании.
 - 3.5. Выделить номера заданий полужирным шрифтом.
 - 3.6. Также можно написать решения на белых листах формата А4 разборчиво яркой пастой синего либо черного цвета, отсканировать либо сфотографировать в высоком качестве и объединить листы в 1 файл.
4. Порядок сохранения работы:
 - 4.1. Проверить, что в файле с ответами и решениями все корректно.
 - 4.2. Сохранить файл в формате PDF. Например, для MS WORD: Файл→Сохранить как...→Тип файла PDF (*.pdf).
 - 4.3. Открыть созданный файл в формате PDF. Проверить, что при сохранении не изменилось отображение элементов текста и графики (при наличии).
5. Порядок загрузки работы на сайт:
 - 5.1. Зайти в Личный кабинет: <https://olymp.ranepa.ru/shkolnik/olimpiada/lichnyj-kabinet> по своему логину и паролю.
 - 5.2. Нажать кнопку «Загрузить ответы» в разделе профиля олимпиады.
 - 5.3. Выбрать файл с ответами и решениями в формате PDF для загрузки.
 - 5.4. Проверить получение автоматического письма, направляемого системой на электронную почту при загрузке работы.
 - 5.5. Нажать CTRL+F5 для обновления страницы Личного кабинета.
 - 5.6. Открыть загруженный файл и проверить корректность его отображения.

6. Замена файла при некорректной загрузке:
У Вас есть 24 часа (или менее, если до конца приема работ осталось меньше времени) на проверку загруженного файла и его замену.
7. По каждому профилю загрузить можно только 1 файл. При замене файла ранее загруженный будет удален и заменен на новый.
8. Прием работ осуществляется только через Личный кабинет. Работы, направленные любым другим способ, в том числе по электронной почте, не оцениваются.
9. Обращаем ваше внимание, что файл простым изменением расширения на PDF системой не читается. За такую работу будет выставлена оценка 0 баллов.
10. Работа выполняется только самостоятельно. Коллективно выполненные работы будут аннулированы.
11. Работа аннулируется за использование заимствования без указания ссылки на первоисточник. Первоисточники: научные работы, статьи, опубликованные в рецензируемых ВАК научных изданиях либо индексируемых в Scopus или Web of Science, нормативные правовые акты и др. Ссылки на статьи без указания автора не являются корректными.
12. Работа с любыми указанными персональными данными участника, в том числе подписанная, будет аннулирована.

Задача 1.

К олимпиаде 2064 года группа архитекторов нашла территорию под строительство двух стадионов, объединённых одной концепцией, территории стадионов не являются кругами. На этой территории две природные возвышенности (можно считать их точечными). Границей стадионов было решено сделать линию, для каждой точки которой произведение расстояний до данных возвышенностей постоянно и равно квадрату половины расстояния между выбранными возвышенностями.

Вы – член проектной команды. Необходимо:

1. Вывести математическое уравнение, задающее данную линию в декартовой системе координат.
2. Считая, что площадь, ограниченная данной линией равна двум квадратам половины расстояния между возвышенностями, определить допустимый диапазон этого расстояния, при условии, что общая площадь стадионов не может быть меньше 162 тыс. кв. м. и больше 200 тыс. кв. м.
3. В рамках ограничений пункта 2, с учетом того, что по экологическим требованиям необходимо на одно посадочное место выделить не менее 2 кв. м. площади, а для проведения соревнований необходимо оставить не менее 40 тыс. кв. м. площади на один стадион, найти максимальную сумму, на которую можно продать билеты в рамках одного мероприятия, если 60 % от всех посадочных мест не могут стоить дороже 50 у.е., 30 % - дороже 100 у.е., остальные билеты – дороже 200 у.е.

Задача 2.

Найти все положительные x, y, z , при которых выражение

$$\frac{x^2 y z}{324} + \frac{144 y}{x z} + \frac{9}{4 x y^2}$$

принимает наименьшее значение и среди всех таких x, y, z выражение

$$\frac{z}{16 y} + \frac{x}{9}$$

тоже минимально.

Задача 3.

Точка M лежит на параболе $y = 2x^2 - 3x + 4$, а точка F на прямой $y = 3x - 4$.

Найдите наименьшее значение MF .

Задача 4.

Волшебник Магус придумал заклинание для увеличения своих запасов золота. Он взял x золотых монет, прибавил к ним величину, обратную этому количеству, а затем произнес: «В квадратум сумус возводитус!» (после чего данная сумма возвелась в квадрат) и забыл обо всем на 2020 дней. Он рассчитывал на то, что каждый день его запасы будут увеличиваться на эту же величину, т.е. каждый день к имеющимся накоплениям будет прибавляться еще один квадрат указанного выражения. Но заклинание не было четким, поэтому Вселенная распорядилась им по-своему.

Помимо возведения суммы в квадрат, x в обоих слагаемых каждый день возводилось в степень, равную порядковому номеру дня.

В конце 2020 дня Магус вспомнил про заклинание, посмотрел на сумму и ахнул. Хотел применить заклинание «Упроститус», но вспомнил, что тратить магическую силу не стоит, особенно если владеешь элементарными математическими знаниями. И быстренько упростил полученное выражение.

Не пользуясь магией, напишите:

1. Какое выражение увидел Магус в конце 2020 дня?
2. Как Магус его упростил?
3. На родине Магуса налог в размере 13 % платится только с той части средств, которая не зависит от объема вложений. В каком объеме Магус заплатит налог?

Задача 5.

В Преуспевающем государстве с индексом Джини, равным 0,1, живут только две равночисленные группы населения - бедные и богатые. Внутри каждой группы жители не отличаются своими доходами. После проведения экономических реформ в Преуспевающем в стране возник средний класс (жители со средним доходом), численность которого оказалась равной численности бедных и богатых. Внутри каждой группы жители по-прежнему не отличаются своими доходами. При этом доля дохода бедных в общем доходе жителей страны сократилась вдвое, а индекс Джини не изменился.

Определите, если это возможно, во сколько раз изменилась доля доходов богатых в Преуспевающем, либо обоснуйте, почему невозможно определить эту величину.

Задача 6.

Студент Иванов длительное время изучал работу единственного на территории студенческого кампуса кафе «Бридж» и выяснил, что «Бридж» каждый день продает 20 кг воздушной кукурузы по цене 100 ден.ед. за кг, причем ценовая эластичность спроса при этом объеме продаж равна (-5), средние издержки производства кукурузы постоянны, а функция спроса на воздушную кукурузу убывающая и линейная. Иванов готов предложить «Бриджу» революционную технологию производства воздушной кукурузы, сокращающую издержки изготовления каждого ее килограмма в 2 раза по сравнению с текущим производством. Все расходы на внедрение новой технологии студент берет на себя, однако предлагает «Бриджу» выплачивать ему за это ежемесячную компенсацию в течение одного года.

1. Какова ежедневная прибыль кафе «Бридж» до использования новой технологии?
2. Какую максимальную долю прибыли кафе «Бридж» готово будет отдавать студенту в виде компенсации?
3. Какой максимальный годовой доход (в %) от вложенных средств может получить Иванов, если его затраты на внедрение новой технологии составили 5000 ден.ед.? Считайте, что никакие иные способы «пустить деньги в рост» Иванов не использует.

Задача 7.

Спрос на туристические путевки в живописном развивающемся регионе Релаксандия описывается функцией $Q(p)=10000-2p$, а предложение функцией $Q(p)=2p$, где Q – количество дней, которые туристы путешествуют по Релаксандии, а p – цена одного

дня путешествия в регионе. Власти Релаксандии решили привлечь внимание туристов к региону и объявили о том, что каждый турист, посетивший Релаксандию, получит компенсацию в размере S % от стоимости каждого дня путешествия по региону. Объявление о такой поддержке путешественников привело к тому, что в регионе появилось много новых туристических компаний, предлагающих свои услуги путешественникам. Вследствие этого предложение путевок в регионе выросло в полтора раза.

1. Какую совокупную выручку получали продавцы путевок в Релаксандии до объявления о компенсации?
2. Смогут ли власти региона установить такую компенсацию S , чтобы совокупная выручка продавцов путевок не уменьшилась? Если да, то найдите минимальное значение S , удовлетворяющее этому условию.
3. Проиллюстрируйте решение пунктов (1) и (2) графически на одном рисунке.
4. Предположим, власти региона установили минимальную компенсацию, найденную вами в пункте (2). Как изменилась при этом, в среднем, прибыль каждой компании, продающей путевки?

Задача 8.

В некоторых европейских странах иностранные граждане в вузах могут обучаться либо совершенно бесплатно, либо за незначительную плату. Приведите по меньшей мере два различных экономических аргумента, объясняющих причину такой политики государства в области образования.