

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации**

Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике

2018 - 2019 учебный год

Заключительный (очный) этап

8 – 9 классы

1. Коррупцированный чиновник Никифор из страны Y нечестным трудом заработал на виллу. Против Никифора завели уголовное дело, и его вилла оказалась под угрозой конфискации. В случае конфискации Никифор понесет потери в размере V денежных единиц (ден. ед.). Однако друзья посоветовали Никифору стать депутатом на ближайших выборах и получить абсолютный иммунитет от преследования правоохранителей. В округе, представителем которого может стать Никифор, есть всего 25 избирателей, которые делятся на 3 группы:
 1. 20% избирателей при любых обстоятельствах поддержат на выборах Никифора.
 2. 20% избирателей при любых обстоятельства поддержат Ратибора, конкурента Никифора.
 3. Оставшиеся 60% избирателей при прочих равных готовы поддержать Ратибора, но, к сожалению, не откажутся за некоторую плату отдать свой голос на выборах за Никифора. Известно, что если Никифор предложит за один голос избирателя по 1 ден. ед., то он получит только одного дополнительного сторонника, если предложит по 2 ден. ед. – то двух дополнительных сторонников, и т.д. Голосование в стране Y является открытым, поэтому только после голосования Никифор точно будет знать всех, кто проголосовал за него, и отдаст им деньги сразу после волеизъявления. Известно, что кандидатов на выборах только два, что все избиратели ходят на голосование и не портят бюллетени, т.е. каждый из двадцати пяти избирателей обязательно проголосует либо за Ратибора, либо за Никифора, а сами кандидаты не имеют права голосовать. Кроме того, Ратибор беден и не может подкупить ни одного избирателя. Для победы любого кандидата на выборах необходимо набрать не менее 50% голосов. Денежные единицы в этой стране могут принимать лишь целые значения.
 - (а) Выпишите функцию предложения голосов за Никифора.
 - (б) Найдите, при каких значениях величины V Никифор станет подкупать избирателей, чтобы победить на выборах, если даже после голосования он не может определить, к какой именно группе относился тот или иной избиратель.
 - (в) Никифор нашел способ до выборов достоверно узнать, какую минимальную сумму денег готов получить каждый избиратель за продажу своего голоса, и теперь кандидат сможет договориться со всеми нужными ему избирателями индивидуально. Стоимость информации об отдельном избирателе составляет F денежных единиц. Какую максимальную сумму F готов будет заплатить Никифор за подобную информацию для победы на выборах?

2. Страны А и В граничат друг с другом, но не могут обмениваться трудовыми ресурсами и технологиями производства товаров X и Y, потребителями и производителями которых являются жители этих стран. В обеих странах данные товары производятся только из трудовых ресурсов. В стране А имеется ровно 6 единиц трудовых ресурсов, а товары X и Y производятся с постоянными средними производительностями, равными 1 и 4 соответственно. В стране В имеется ровно 4 единицы трудовых ресурсов, а товары X и Y производятся с постоянными средними производительностями, равными 3 и 2 соответственно.

(а) Жители каждой страны имеют одинаковые предпочтения относительно товаров X и Y и потребляют их только в наборах, где на одну единицу товара X приходится ровно 2 единицы товара Y. Какое совокупное количество наборов будут потреблять жители этих стран, если торговля товарами между данными странами и с внешним миром невозможна?

(б) Страны А и В объединились в экономический союз, но обмен технологиями производства внутри этого союза невозможен. Какое совокупное количество наборов будут потреблять жители этих стран, если торговля их с внешним миром по-прежнему невозможна? Сравните полученный результат с предыдущим пунктом. Как вы полагаете, могли бы вы, не проводя расчетов, предсказать полученный результат сравнения? Если да, то обоснуйте. Если нет, то объясните, почему это невозможно.

(в) Предположим теперь, что вступившие в экономический союз страны могут без дополнительных затрат обмениваться технологиями производства друг с другом и вступать в мировую торговлю товарами X и Y. Найдите все соотношения цен товаров X и Y (т.е. величины P_X/P_Y) на мировом рынке, при которых торговля с внешним миром не принесет экономическому союзу выигрыша в совокупном объеме потребления наборов по сравнению с пунктом (б).

3. Найти решения системы, удовлетворяющие условию $z \geq 0$:

$$\begin{cases} y + 2 = (3 - x)^2 \\ (2z - y)(y + 2) = 9 + 4y, \\ x^2 + z^2 = 4x. \end{cases}$$

4. На сторонах АВ и ВС треугольника ABC выбраны соответственно точки М и N так, что $AM : MB = 1 : 4$, $BN : NC = 3 : 7$. На стороне AC выбрана точка К так, что отрезок ВК пересекает отрезок MN в отношении 2 : 5, считая от точки М.

Найдите, в каком отношении точка К делит сторону AC.

5. Перед новым годом Анна решила показать Эльзе фокус: для этого она взяла 2018 карточек с различными натуральными числами от 1 до 2018 и сказала: смотри Эльза, сумма всех этих карточек делится на 2019. Эльза удивилась и придумала заколдовать все числа, возведя каждое из них в пятую степень.

а) Удастся ли теперь фокус Анны?

б) Могла ли Эльза выбрать такую нечетную натуральную степень, чтобы фокус не удался?

в) Могла ли Эльза выбрать такую целую степень, чтобы фокус не удался?

6. Представьте себе, что вы живете в городе, территория которого принимает круглую форму, и ваша квартира находится на расстоянии s_0 от центра города. Вам понадобился один потребительский товар, который продается практически везде в городе, так что можно считать, что купить его можно абсолютно в любой точке города. Самый дальний магазин города расположен на расстоянии $s_{max} = 50$ от центра города. Ваше удовольствие от покупки данного товара определяется функцией $u = v - p - t$, где v – денежная оценка удовольствия от потребления товара, p – цена данного товара, t – транспортные издержки, равные стоимости доставки товара от места покупки до вашей квартиры. Покупка товара в каждом магазине возможна также дистанционно (например, через мобильное приложение магазина), так что вы не несете издержек на проезд до магазина. Известно, что из-за разной стоимости земли цена товара зависит от дальности расположения магазина от центра города, и в произвольном магазине равна $p_m = p_{max}(1 - 0,01s_m)$, где $p_{max} = 500$ – цена товара в магазине в самом центре города, s_m – расстояние от магазина до центра города. Стоимость доставки товара определяется по формуле $t = 0,5(\Delta s)^2$, где Δs – расстояние от магазина до вашей квартиры. Определите, в каком магазине вы купите данный товар (т.е. на каком расстоянии он будет находиться от вашей квартиры и от центра города), если вы максимизируете свое удовольствие.
7. Рынок услуг по отделке квартир низкого и среднего ценового сегментов является высоко конкурентным. Зачастую наблюдается следующий феномен: рабочие, выполняющие отделочные работы, выполняют закупку черновых материалов самостоятельно, а заказчик оплачивает им стоимость этих материалов в соответствии с представленным рабочими списком закупленных материалов и их ценой. Заказчик может обратить внимание, что цены на типовые материалы оказываются завышенными по сравнению со средними значениями на рынках соответствующих товаров. Объясните не более чем в 8-10 предложениях для каждого пункта, почему
- (а) заказчик может соглашаться с такой ситуацией;
 - (б) это может быть выгодно бригаде рабочих.