

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Российская академия народного хозяйства и государственной службы  
при Президенте Российской Федерации  
Олимпиада школьников РАНХиГС по экономике  
2016-2017 учебный год  
Очный этап  
10-11 классы**

**Вариант № 1**

**Задача 1**

Дед Мороз составляет подарки детям на Новый год. В его шкафу подарков пять полок и на каждой полке находится  $n$  различных предметов. Дед мороз берет любой из предметов с первой полки, затем со второй, третьей, четвертой и пятой. Получается один набор предметов, который задаёт один подарок. Дед мороз посчитал все возможные варианты подарков и выяснил, что из этого количества придётся убрать  $n$  вариантов, которые не заказали дети в своих письмах. Докажите, что общее число вариантов, которые он придумал можно разделить на 30 при любом изначальном  $n$ .

**Задача 2**

В некотором городе строят новую ветку метро. На строительство первой станции департамент строительства потратил 3 млн. у.е. Вторая станция, с учётом сложности прокладки коммуникаций, стоила 5 млн. у.е. Известно, что из-за сложности технологии строительства строительство  $n$ -ой станции связано со строительством двух предыдущих следующим линейным соотношением  $F(n) = 2(1,5F(n-1) - F(n-2))$ . Известно, что в бизнес плане расходы на строительство всей ветки больше одного миллиарда у.е. Сколько минимум станций планируется в этой ветке метро с учетом бюджета?

### Задача 3

В прямоугольный треугольник  $ABC$  вписан прямоугольник  $CDEF$ , точка  $D$  лежит на катете  $AC$ , точка  $F$  лежит на катете  $BC$ , точка  $E$  лежит на гипотенузе  $AB$ . Известно, что площадь этого прямоугольника имеет наибольшее возможное значение среди площадей прямоугольников, вписанных указанным образом в треугольник  $ABC$ . Найти наибольшую возможную величину площади треугольника  $ABC$  при условии, что  $CE = 2\sqrt{2}$ .

### Задача 4

Магистр Мария считает, что пришла пора самостоятельно заниматься своими финансами, поэтому решает, как распланировать свои расходы на ближайшие два года. Она рассчитала, что к моменту начала 2018 года у нее не будет ни долгов, ни сбережений. Ее фиксированный доход в 2018 году составит 600 тыс. у.е., а в 2019-м — 347,5 тыс. у.е. Марии каждый год необходимо выплачивать государству налоги в размере 20% от фиксированного годового дохода. Она может потратить в 2018 году весь свой располагаемый годовой доход на потребление товаров и услуг, может сберечь любую его часть, поместив деньги в банк на депозит под 15% годовых (закрывать вклад и получить средства можно только в 2019 г), или же может потратить больше, чем ее располагаемый

годовой доход, взяв кредит под 30% годовых, вернуть который по условиям договора можно только в 2019 г. Поскольку Мария не имеет кредитной истории, максимальный объем кредита, который могут предоставить для нее банки, составляет 100 тыс. у.е. Иных возможностей сберечь деньги, получить доход или взять кредит у Марии нет, доход вкладчиков от размещения депозитов налогом не облагается, а инфляция отсутствует.

(а) Обозначьте сумму денег, которую Мария может потратить на потребление товаров и услуг в 2018 и в 2019 годах как  $C_{18}$  и  $C_{19}$  соответственно. Считайте, что все проценты по кредитам/депозитам начисляются лишь один раз на тело кредитов/депозитов. Если Мария планирует разместить деньги на депозите, то какую максимальную сумму денег  $C_{19}$  в зависимости от величины  $C_{18}$  она сможет потратить на товары и услуги в 2019 г? Если Мария планирует взять кредит, то какую максимальную сумму денег  $C_{19}$  в зависимости от  $C_{18}$  она сможет потратить на товары и услуги в 2019 г? Считайте также, что Мария не может одновременно брать кредит и размещать депозит в банке.

(б) Предположим, Мария уверена, что на товары и услуги в 2018 и в 2019 годах ей следует тратить одинаковую сумму денег. Найдите эту сумму. Будет ли девушка брать кредит в банке или разместит депозит?

(в) Рассмотрите экономику страны Потребляндия, в которой живет множество таких же жителей, как Мария. Политика, проводимая центральным банком этой страны, не влияет на доходы жителей, однако может воздействовать на процентные ставки по кредитам и депозитам. Центральный банк Потребляндии хотел бы стимулировать уровень частных сбережений ее граждан в будущем, увеличив его на 10% по сравнению с тем уровнем сбережений, который наблюдается при нынешних процентных ставках. Следует ли Центральному банку для достижения этой цели увеличить или уменьшить ставку процента по депозитам? До какого уровня? Дайте содержательную интерпретацию полученного результата.

### Задача 5

Перспективный предприниматель Аркадий может изготовить 4 литра лимонада за один час либо 1 банку лимонного варенья за 30 минут. Альтернативные издержки производства любого из этих продуктов для Аркадия постоянны. Затраты на изготовление 1 литра лимонада составляют 3 ден. ед., а на одну банку варенья - 2 ден. ед. Один литр лимонада Аркадий может продать за 13 ден. ед., а одну банку варенья - за 10 ден. ед.

Известно, что рабочий день Аркадия длится 10 часов, а на приобретение сырья ежедневно он может потратить не более 100 ден. ед. Если молодой человек захочет сократить свое рабочее время, то каждый час, высвободившийся от трудовой деятельности и потраченный на отдых, он оценивает в 23 д.ед. Кроме того, средства, которые он может потратить на закупку сырья, могут быть удачно вложены в некий инвестиционный проект и приносить  $X\%$  ежедневно на каждую вложенную в него д.ед. При какой минимальной ставке  $X$  Аркадий предпочтет отказаться от описанной предпринимательской деятельности?

### Задача 6

Молодожены собираются поехать отдыхать за границу и выбирают оптимальное для себя сочетание расходов на услуги гостиницы  $t$  и ее комфортности  $x$ . Комфортность гостиницы определяется уровнем ее сервиса, местом расположения, отзывчивостью персонала, созданным в ней уютом и значение комфортности для любой гостиницы находится в интервале от 1 до 5. Муж оценивает удовольствие от отдыха в гостинице в соответствии с функцией  $U_M = 2tx^2 - 0,5t^2$ , а удовольствие жены от комфорта и расходов на проживание в гостинице можно описать функцией  $U_{Ж} = 12x - t$ .

(а) Молодожены очень любят друг друга, поэтому договорились выбрать сочетание комфорта и расходов на проживание в гостинице следующим образом: сначала жена

называет желаемый уровень комфортности, а затем муж, принимая выбор жены, определяет уровень расходов. Супруги знают функции, в соответствии с которыми определяется их удовольствие от поездки, и каждый из них делает выбор исходя из стремления получить наибольшее удовольствие от путешествия. Какое в результате сочетание цены и комфортности они выберут?

(б) Предположим, супруги изменяют правило выбора и теперь сначала муж называет уровень расходов на проживание, а затем жена, принимая выбор мужа, выбирает гостиницу, с желаемым уровнем комфортности. Окажется ли сочетание комфорта и расходов на проживание таким же, как и в пункте (а)? Объясните полученный результат.

(в) Предположим теперь, что удовольствие семейной пары от поездки можно оценить как сумму значений функции удовольствия каждого из супругов. Стоит ли в этом случае молодоженам воспользоваться одним из вариантов выбора, предложенных в пунктах (а) или (б), или следует установить новое правило выбора? Если новое, то предложите ваш вариант нового правила и объясните, почему оно лучше, не приводя расчетов, если одно из двух, указанных выше, то какое именно.

### Задача 7

Известно, что некоторые авиакомпании используют овербукинг (сверхбронирование – стратегия сбыта товаров (или услуг), при которой поставщик товаров принимает на себя больше обязательств по поставке товара, чем может выполнить, в расчете на то, что не все из взятых обязательств действительно придется выполнять). Суть этой стратегии состоит в том, чтобы продавать больше билетов, чем мест в самолёте, в расчёте на то, что часть пассажиров не полетит этим самолётом и вернёт билеты. При этом существует риск того, что на посадку в самолет придет больше пассажиров, чем есть мест в самолете. В этой ситуации перевозчики предусматривают отправку «лишнего» пассажира ближайшим следующим рейсом и/или иные компенсации неудобств, если следующий авиарейс в нужном направлении состоится значительно позже.

(а) Объясните, почему могла возникнуть идея овербукинга и в чем выгода для авиакомпаний данной стратегии.

(б) Объясните, как бы вы рассчитывали, насколько больше билетов нужно продавать авиакомпаниям, чем есть мест в самолёте.

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Российская академия народного хозяйства и государственной службы  
при Президенте Российской Федерации  
Олимпиада школьников РАНХиГС по экономике  
2016-2017 учебный год  
Очный этап  
10-11 классы**

**Вариант № 2**

**Задача 1**

Строительная компания построила коттеджный посёлок, состоящий из трех одинаковых улиц. Дома в поселке, согласно проекту, одинаковы и выставлены на продажу по одинаковой цене. Бизнес-план компании, в который входят расходы на все этапы строительства, содержит оценку суммарной себестоимости всего поселка.

Известно, что в бизнес-плане заложены следующие расходы (итого: для всего поселка):

Фундамент – 150 млн у.е.

Стены/кровля/перекрытия - 105 млн у.е.

Инженерные коммуникации (газ, вода, электричество, оптоволокно) – 225 млн у.е.

Отделочные работы – 45 млн у.е.

Оцените цену, по которой продаётся каждый дом в посёлке, если известно, что наценка строительной компании 20 процентов от себестоимости, а каждый этап строительства для одного дома согласно бизнес плану выражен в целом числе млн.

## Задача 2

Корпорация N планирует открыть несколько дочерних компаний. Открытие первой дочерней компании потребует от корпорации расходов в размере 3 млн у.е. Открытие двух дочерних компании из-за расходов на бухгалтерию и информационные системы самой N и взаимосвязей между дочерними компаниями обойдется в 10 млн у.е. К сожалению для корпорации N, открытие любой следующей дочерней компании связано с расходами на две предыдущих соотношением  $F(n) = 4F(n-1) - 3F(n-2)$ . Корпорация N согласно бизнес-плану не планирует тратить больше 100 млн у.е. Сколько дочерних компаний они могут открыть?

## Задача 3

В прямоугольный треугольник KLM вписан прямоугольник MPQR, точка P лежит на катете KM, точка R лежит на катете LM, точка Q лежит на гипотенузе KL. Известно, что площадь этого прямоугольника имеет наибольшее возможное значение среди площадей прямоугольников, вписанных указанным образом в треугольник KLM. Найти наибольшую возможную величину площади треугольника KLM при условии, что  $MQ = 3\sqrt{3}$ .

#### Задача 4

Аспирант Андрей считает, что пришла пора самостоятельно заниматься своими финансами, поэтому решает, как распланировать свои расходы на ближайшие два года. К моменту начала 2017 года у него нет ни долгов, ни сбережений. Его фиксированный доход в 2017 году составит 550 тыс. у.е., а в 2018-м — 357,5 тыс. у.е. Андрею каждый год необходимо выплачивать государству налоги в размере 20% от фиксированного годового дохода. Он может потратить в 2017 году весь свой располагаемый годовой доход на потребление товаров и услуг, может сберечь любую его часть, поместив деньги в банк на депозит под 20% годовых (закрывать вклад и получить средства можно только в 2018 г), или же может потратить больше, чем его располагаемый годовой доход, взяв кредит под 35% годовых, вернуть который по условиям договора можно только в 2018 г. Поскольку Андрей не имеет кредитной истории, максимальный объем кредита, который могут предоставить для него банки, составляет 100 тыс. у.е. Иных возможностей сберечь деньги, получить доход или взять кредит у Андрея нет, доход вкладчиков от размещения депозитов налогом не облагается, а инфляция отсутствует.

(а) Обозначьте сумму денег, которую Андрей может потратить на потребление товаров и услуг в 2017 и в 2018 годах как  $C_{17}$  и  $C_{18}$  соответственно. Считайте, что все проценты по кредитам/депозитам начисляются лишь один раз на тело кредитов/депозитов. Если Андрей планирует разместить деньги на депозите, то какую максимальную сумму денег  $C_{18}$  в зависимости от величины  $C_{17}$  он сможет потратить на товары и услуги в 2018 г? Если Андрей планирует взять кредит, то какую максимальную сумму денег  $C_{18}$  в зависимости от  $C_{17}$  он сможет потратить на товары и услуги в 2018 г? Считайте также, что Андрей не может одновременно брать кредит и размещать депозит в банке.

(б) Предположим, Андрей уверен, что на товары и услуги в 2017 и в 2018 годах ему следует тратить одинаковую сумму денег. Найдите эту сумму. Будет ли Андрей брать кредит в банке или разместит депозит?

(в) Рассмотрите экономику страны Потребляндия, в которой живет множество таких же жителей, как Андрей. Политика, проводимая центральным банком этой страны, не влияет на доходы жителей, однако может воздействовать на процентные ставки по кредитам и депозитам. Центральный банк Потребляндии хотел бы стимулировать уровень частных сбережений ее граждан в будущем, увеличив его на 5% по сравнению с тем уровнем сбережений, который наблюдается при нынешних процентных ставках. Следует ли Центральному банку для достижения этой цели увеличить или уменьшить ставку процента по депозитам? До какого уровня? Дайте содержательную интерпретацию полученного результата.

### **Задача 5**

Перспективный предприниматель Владимир может изготовить 5 литров лимонада за один час либо 1 банку лимонного варенья за 30 минут. Альтернативные издержки производства любого из этих продуктов для Владимира постоянны. Затраты на изготовление 1 литра лимонада составляют 4 ден. ед., а на одну банку варенья - 3 ден. ед. Один литр лимонада Владимир может продать за 8 ден. ед., а одну банку варенья - за 12 ден. ед.

Известно, что рабочий день Владимира длится 9 часов, а на приобретение сырья ежедневно он может потратить не более 110 ден. ед. Если молодой человек захочет сократить свое рабочее время, то каждый час, высвободившийся от трудовой деятельности и потраченный на отдых, он оценивает в 16 ден.ед. Кроме того, средства, которые он может потратить на закупку сырья, могут быть удачно вложены в некий инвестиционный проект и приносить  $X\%$  ежедневно на каждую вложенную в него ден.ед.

При какой минимальной ставке  $X$  Владимир предпочтет отказаться от описанной предпринимательской деятельности?

### Задача 6

Молодожены собираются поехать отдыхать за границу и выбирают оптимальное для себя сочетание расходов на услуги гостиницы  $t$  и ее комфортности  $x$ . Комфортность гостиницы определяется уровнем ее сервиса, местом расположения, отзывчивостью персонала, созданным в ней уютom, и значение комфортности для любой гостиницы находится в интервале от 1 до 5. Муж оценивает удовольствие от отдыха в гостинице в соответствии с функцией  $U_M = 4tx^2 - 0,5t^2$ , а удовольствие жены от комфорта и расходов на проживание в гостинице можно описать функцией  $U_{Ж} = 32x - t$ .

(а) Молодожены очень любят друг друга, поэтому договорились выбрать сочетание комфорта и расходов на проживание в гостинице следующим образом: сначала жена называет желаемый уровень комфортности, а затем муж, принимая выбор жены, определяет уровень расходов. Супруги знают функции, в соответствии с которыми определяется их удовольствие от поездки, и каждый из них делает выбор исходя из стремления получить наибольшее удовольствие от путешествия. Какое в результате сочетание цены и комфортности они выберут?

(б) Предположим, супруги изменяют правило выбора и теперь сначала муж называет уровень расходов на проживание, а затем жена, принимая выбор мужа, выбирает

гостиницу с желаемым уровнем комфортности. Окажется ли сочетание комфорта и расходов на проживание таким же, как и в пункте (а)? Объясните полученный результат.

(в) Предположим теперь, что удовольствие семейной пары от поездки можно оценить как сумму значений функции удовольствия каждого из супругов. Стоит ли в этом случае молодоженам воспользоваться одним из вариантов выбора, предложенных в пунктах (а) или (б), или следует установить новое правило выбора? Если новое, то предложите ваш вариант нового правила и объясните, почему оно лучше, не приводя расчетов, если одно из двух, указанных выше, то какое именно.

### Задача 7

Известно, что некоторые авиакомпании используют овербукинг (сверхбронирование – стратегия сбыта товаров (или услуг), при которой поставщик товаров принимает на себя больше обязательств по поставке товара, чем может выполнить, в расчете на то, что не все из взятых обязательств действительно придется выполнять). Суть этой стратегии состоит в том, чтобы продавать больше билетов, чем мест в самолёте, в расчёте на то, что часть пассажиров не полетит этим самолётом и вернёт билеты. При этом существует риск того, что на посадку в самолет придет больше пассажиров, чем есть мест в самолете. В этой ситуации перевозчики предусматривают отправку «лишнего» пассажира ближайшим следующим рейсом и/или иные компенсации неудобств, если следующий авиарейс в нужном направлении состоится значительно позже.

(а) Объясните, почему могла возникнуть идея овербукинга и в чем выгода для авиакомпаний данной стратегии.

(б) Объясните, как бы вы рассчитывали, насколько больше билетов нужно продавать авиакомпаниям, чем есть мест в самолёте.