

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации
Олимпиада школьников РАНХиГС по экономике
2016-2017 учебный год
Очный этап
8-9 классы**

Задача 1

Земельный участок имеет форму треугольника ABC с площадью 6. Точки D и E делят сторону AB этого треугольника на три равные части (точка D лежит между точками A и E). Точка F середина стороны AC. Стоимость единицы площади равна 2 млн. руб. для треугольника ADF, стоимость единицы площади равна 1 млн. руб. для треугольника FDE и стоимость единицы площади равна 0,5 млн. руб. для остальной части треугольника ABC. Найти цену всего земельного участка.

Решение:

Площадь треугольника ADF равна шестой части площади треугольника ABC, т.е. равна 1, и равна площади треугольника DEF. Поэтому площадь четырехугольника BCEF равна 4. Стоимость всего участка равна $4 \cdot 0,5 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 5$ млн. руб.

Ответ: 5 млн. руб.

Задача 2

В некоторой древней стране живут три племени: Охотники, Рыболовы и Земледельцы. Известно, что в месяц Охотники добывают на охоте 42 шкурки, Рыболовы ловят 378 рыб, Земледельцы выращивают 210 огурцов и 28 кг зерна, племена каждый месяц пользуются натуральным обменом. Приехавший в страну торговец, предлагает племенам обменять все их товары на золотые монеты (ввести денежные единицы), чтобы в следующем месяце взаиморасчет между племенами был удобнее. Торговцу известно, что племена не согласятся разделить целые товары (рыбину, шкуру, огурец, килограмм зерна). Торговец предлагает курс обмена товаров, наиболее выгодный ему, но позволяющий племенам в следующем месяце вести торговлю. Какой курс обмена предложил торговец племенам?

Решение:

Для того чтобы курс обмена был выгоден торговцу, он должен купить наибольшее количество товаров у каждого племени по минимальной цене. Разложим количество товаров на множители $42 = 7 \cdot 2 \cdot 3$, $378 = 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$, $210 = 3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2$, $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$.

Следовательно, курс обмена выгодный ему, но позволяющий племенам вести торговлю должен быть: 1 монета за НОД(42,189,105,28) = 14 единиц товара.

Ответ:

Баллы	Критерии оценки выполнения задания № 1-2
14	Приведена верная и обоснованная последовательность всех шагов решения. Верно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ.
7	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены пробелы в обосновании соотношения площадей треугольников или вычислительная ошибка или описка, не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
3	Задача не решена, но ее решение значительно продвинуто, т.е.: - существенная часть решения выполнена верно, возможно, неточно (например, верно получено соотношение площадей для одной из пар треугольников); - другая часть либо не выполнена, либо выполнена неверно, возможно, даже с логическими ошибками (например, не найдено соотношение площадей для другой пары треугольников или стоимость всего участка). При этом решение может быть не завершено.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 7 и 14 баллов.

Задача 3

Экономика в стране эльфов не является стабильной, но правительство заботится о своих жителях и по возможности, компенсирует им потери, возникающие от роста цен. Первоначально зарплата одного из жителей страны составляла 200 галеонов, которые эльф тратил следующим образом: 50% галеонов на пыльцу для растений, 30% на эликсир молодости, 10% на покупку фруктов (эльфы придерживаются фрукторианства) и оставшиеся 10% идут на уплату дани в королевскую казну (подходный налог, вмененный всем жителям королевства). Доля дохода, которую платят все жители страны в королевскую казну, не зависит от величины заработной платы. После очередного повышения эльфийских цен пыльца подорожала на 10%, эликсир молодости – на 20%, фрукты – на 70%.

(а) На сколько процентов король эльфов должен повысить зарплату эльфа, чтобы он мог приобретать пыльцу, эликсир молодости и фрукты ровно в тех же количествах, что и раньше?

(б) Эльф, не знакомый с экономической теорией, произвел следующие вычисления. Он сложил все величины изменения цен в процентах и поделил получившуюся сумму на количество статей расходов своего бюджета. Следует заметить, что ничего, кроме указанных выше продуктов, эльфы не потребляют. Не забыл эльф, конечно, и о такой статье расходов своего бюджета, как уплата подоходного налога. Сравнив полученную величину с величиной, найденной в пункте (а), эльф оказался недоволен и заявил, что его экономическое положение ухудшилось. Как вы считаете, прав ли эльф? Обоснуйте свой ответ.

Решение и критерии оценки:

(а) Первоначально зарплата эльфа составляла 200 денежных единиц, которые он тратил следующим образом: 100 денежных единиц на пыльцу, 60 – на эликсир молодости, 20 – на фрукты, 20 – подоходный налог. **(4 балла)**

После подорожания предметов потребления он должен расходовать 110 денежных единиц на пыльцу, 72 – на эликсир и 34 – на фрукты. Если принять новый уровень зарплаты за x , то величина x должна удовлетворять следующему условию: $110 + 72 + 34 + 0,1x = x$. Отсюда $x = 240$. Зарплата должна быть повышена в число раз, равное: $240 : 200 = 1,2$, следовательно на 20%. **(6 баллов)**

(б) Следует заметить, что повышение цен на разные товары в различной пропорции при увеличившемся доходе может приводить к различному изменению покупательной способности индивида. В нашем случае эльф может позволить себе приобретать тот же набор продуктов, что и раньше. А это означает, что его экономическое положение не могло ухудшиться. Следовательно, эльф был неправ. **(8 баллов)**

Задача 4

Перспективный предприниматель Аркадий может изготовить 4 литра лимонада за один час либо 1 банку лимонного варенья за 30 минут. Альтернативные издержки производства любого из этих продуктов для Аркадия постоянны. Затраты на изготовление 1 литра лимонада составляют 3 ден. ед., а на одну банку варенья - 2 ден. ед. Один литр лимонада Аркадий может продать за 13 ден. ед., а одну банку варенья - за 10 ден. ед.

Если рабочий день Аркадия длится 10 часов, а на приобретение сырья ежедневно он тратит ровно 100 ден. ед., то сколько банок варенья и сколько литров лимонада он

будет продавать клиентам каждый день, если целью его предприятия является максимизация прибыли?

Решение и критерии проверки.

Каждый час, который Аркадий может потратить на изготовление лимонада, может принести ему $4 \cdot (13 - 3) = 40$ д.ед. **(1 балл)**

Каждый час, который Аркадий может потратить на изготовление варенья, может принести ему $2 \cdot (10 - 2) = 16$ д.ед. **(1 балл)**

Поэтому, если бы не было ограничений на расходы, то Аркадий все свое время посвятил бы изготовлению лимонада. **(2 балла)**

Однако будучи ограниченным в расходах, он может произвести лишь $100/3$ литров, используя лишь $100/(3 \cdot 4)$ часов своего времени из 10 часов. Но, сохраняя расходы неизменными, предприниматель мог бы, например, сократить производство лимонада на 2 л (экономия в $2 \cdot 3 = 6$ д.ед), что сэкономило бы ему 0,5 часа времени, и увеличить производство варенья на 3 банки (дополнительные расходы в размере $2 \cdot 3 = 6$ д.ед), что потребовало бы от него 1,5 часа дополнительного времени. Итого, не изменяя расходов и проработав дополнительно $1,5 - 0,5 = 1$ час, предприниматель увеличил бы свой доход, а значит и прибыль, на $10 \cdot 3 - 13 \cdot 2 = 4$ д.ед. Стоит заметить, что подобные рассуждения приводят к тому, что для получения наибольшей прибыли при зафиксированных расходах Аркадий должен работать все 10 часов. **(Верное обоснование и сравнение альтернатив: 8 баллов)**

Найдем, какое количество лимонада и варенья будет производить Аркадий. Пусть L – количество лимонада, а V – количество варенья. Тогда искомые значения должны удовлетворять двум ограничениям: производственным возможностям предпринимателя и его бюджетному ограничению. То есть, искомые величины должны удовлетворять системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{L}{4} + \frac{V}{2} = 10 \\ 3L + 2V = 100 \end{cases}$$

Откуда находим: $L = 30, V = 5$. **(6 баллов)**

В этом случае ежедневная прибыль от предпринимательской деятельности составляет:

$$\Pi = (13 - 3) \cdot 30 + (10 - 2) \cdot 5 = 340 \text{ д.ед.}$$

Задача 5

Аспирант Андрей считает, что пришла пора самостоятельно заниматься своими финансами, поэтому решает, как распланировать свои расходы на ближайшие два года. К моменту начала 2017 года у него нет ни долгов, ни сбережений. Его фиксированный доход в 2017 году составит 357,5 тыс. у.е., а в 2018-м — 550 тыс. у.е. Андрею каждый год необходимо выплачивать государству налоги в размере 20% от фиксированного годового дохода. Он может потратить в 2017 году весь свой располагаемый годовой доход на потребление товаров и услуг, может сберечь любую его часть, поместив деньги в банк на депозит под 20% годовых (закрывать вклад и получить средства можно только в 2018 г), или же может потратить больше, чем его располагаемый годовой доход, взяв кредит под 35% годовых, вернуть который по условиям договора можно только в 2018 г. Поскольку Андрей не имеет кредитной истории, максимальный объем кредита, который могут предоставить для него банки, составляет X тыс. у.е. Иных возможностей сберечь деньги, получить доход или взять кредит у Андрея нет, доход вкладчиков от размещения депозитов налогом не облагается, а инфляция отсутствует.

(а) Обозначьте сумму денег, которую Андрей может потратить на потребление товаров и услуг в 2017 и в 2018 годах как $C17$ и $C18$ соответственно. Считайте, что все проценты по кредитам/депозитам начисляются лишь один раз на тело кредитов/депозитов. Если Андрей планирует разместить деньги на депозите, то какую максимальную сумму денег $C18$ в зависимости от величины $C17$ он сможет потратить на товары и услуги в 2018 г? Если Андрей планирует взять кредит, то какую максимальную сумму денег $C18$ в зависимости от $C17$ и X он сможет потратить на товары и услуги в 2018 г? Считайте также, что Андрей не может одновременно брать кредит и размещать депозит в банке.

(б) Предположим, Андрей уверен, что на товары и услуги в 2017 и в 2018 годах ему следует тратить одинаковую сумму денег. Будет ли Андрей брать кредит в банке или размещать депозит? Найдите величину кредита/депозита в зависимости от X , учитывая предпочтения Андрея относительно собственных расходов.

(в) Сумма, которую банки готовы предложить в виде кредита наличными средствами, как правило зависит от возраста клиентов. Объясните, почему для молодых людей в возрасте от 18 до 25 лет, как правило, размер кредита существенно меньше, чем для людей более старшего возраста с тем же уровнем ежемесячного дохода.

Решение и критерии проверки:

(а) После вычета налогов фиксированный доход в 2018 г составит $550 \cdot 0,8 = 440$ тыс. у.е., а в 2017 г – $357,5 \cdot 0,8 = 286$ тыс. у.е. (1 балл)

Если Андрей планирует размесить деньги на депозите, то максимальная сумма денег C_{18} в зависимости от величины C_{17} выражается следующим образом:

$C_{18} = (286 - C_{17}) * 1,2 + 440$, причем $C_{17} < 286$, если сумма депозита положительна. Или после преобразований: $C_{18} = 783,2 - 1,2C_{17}$, где $C_{17} < 286$. **(2 балла)**

Если Андрей планирует взять деньги в кредит, то максимальная сумма денег C_{18} в зависимости от величины C_{17} выражается следующим образом:

$C_{18} = 440 - (C_{17} - 286) * 1,35$, причем $0 < C_{17} - 286 \leq X$, если сумма кредита положительна и по условию задачи максимальный объем кредита составляет X тыс. у.е. Или после преобразований: $C_{18} = 826,1 - 1,35C_{17}$, где $286 < C_{17} \leq 286 + X$. **(3 балла)**

(б) Поскольку сумма расходов в каждый год должна быть одинакова, а в 2018 г доход Андрея больше, чем в 2017 г, то для достижения равных расходов ему придется взять деньги в кредит в 2017 г и вернуть их банку в 2018 г. **(1 балл)**

Чтобы найти необходимую сумму, следует решить систему уравнений:

$$\begin{cases} C_{18} = 826,1 - 1,35C_{17} \\ C_{17} = C_{18} \end{cases}, \text{ если ограничение по сумме кредита не является для него}$$

существенным.

В этом случае $C_{18} = C_{17} \approx 351,53$. **(2 балла)**

Если же ограничение по сумме кредита оказывается для Андрея существенным, то

$C_{18} = C_{17} = 286 + X$, где $X < 351,53 - 286 = 65,53$ **(3 балла)**

(в) Несколько причин могут быть основанием для уменьшения размера кредита для молодых людей в возрасте от 18 до 25 лет. Приведем лишь некоторые из них. Например, в этом возрасте молодые люди часто не имеют стабильного дохода, в отличие от уже состоявшихся в своей профессии людей более старшего возраста. Кроме того, молодые люди в погоне за модой, например, могут совершать необдуманные поступки, покупая дорогостоящие потребительские товары, в которых нет жизненно важной необходимости. В указанном возрасте, часто молодые люди еще не имеют семью, детей, а значит менее ответственно могут распоряжаться денежными средствами, которыми они располагают. Все указанные причины могут значительно повышать риски банков, связанные с несвоевременным возвратом денежных средств. Чтобы сократить эти риски, банки вынуждены ограничивать ряд своих клиентов суммой возможного кредита. **(6 баллов)**

Задача 6

Известно, например, что в марте 2015 года было анонсировано, что мировая премьера восьмого эпизода «Звёздных войн» состоится 26 мая 2017 года. Позднее, в

январе 2016 года было объявлено, что компания Walt Disney Pictures перенесла релиз фильма на семь месяцев вперед — на 14 декабря 2017 года. Сформулируйте и обоснуйте три возможные причины, которые принимают в расчет кинокомпания, когда выбирают дату премьеры фильма.

Решение и критерии оценивания:

Во-первых, имеет значение фактор конкуренции: дата может быть выбрана таким образом, чтобы быть как можно дальше от премьер других фильмов; либо, наоборот, может быть назначена ближе к другим премьерам, если они являются компонентами друг другу. **(6 баллов)**

Во-вторых, имеет значение фактор сезонности: зрители в разное время предъявляют разный спрос, например, спрос в декабре значительно выше. **(6 баллов)**

В-третьих, имеет значение межвременной фактор: кинокомпаниям выгодно проводить показ как можно раньше, чтобы раньше начинать получать выручку **(6 баллов)**