# ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «РОБОФЕСТ» по ФИЗИКЕ 2017-2018 года

# МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

## ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

Участники отборочного этапа участвовали в региональных робототехнических соревнованиях и выполняли задания отборочного этапа по физике. Задания робототехнических соревнований и задания по физике были тематически связаны. Все участники, независимо от класса, выполняли **одно из четырех** заданий. Критерии оценивания ответов были различны для младшей (7-9 классы) и старшей (10 и 11 классы) групп.

**Максимальная сумма баллов за робототехнические соревнования: 60 баллов.**

**Максимальная сумма баллов за одно задание: 20 баллов.**

Распределение баллов задания по вопросам варьировалась от задания к заданию, но во всех заданиях оценки за каждый из вопросов, в соответствии с уровнем сложности составляли **2 балла**, **4 балла**, **6 баллов** и **8 баллов** (сумма – **20 баллов**).

**Вопрос 1 – максимальная оценка 2 балла;**

**Вопрос 2 – максимальная оценка 4 балла;**

**Вопрос 3 – максимальная оценка 4 балла;**

**Вопрос 4 – максимальная оценка 10 баллов.**

## ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА ПО ФИЗИКЕ:
**вопросы, ответы и пояснения**

### Задание 1:

1. Летящий шарик ударяется о плоскую стенку. Непосредственно перед ударом скорость шарика направлена под углом 40° к нормали (перпендикуляру) к стенке (этот угол будем называть углом падения).

1.1. Предположим, что шарик до удара двигался поступательно, стенка гладкая, а удар абсолютно упругий (то есть механическая энергия при ударе сохраняется). Как будет направлена скорость шарика сразу после отражения от стенки? Как доказать, что Ваш ответ – правильный?

1.2. Как изменится угол отражения (угол между направлением скорости шарика и нормалью к стенке), если между стенкой и шариком будет трение (деформации стенки при этом остаются упругими) – увеличится или уменьшится? Может ли быть, что в этом случае шарик отразится от стенки в направлении нормали? Если это действительно возможно, то что для этого нужно? Будет ли отраженный шарик вращаться вокруг своей оси? Ответы поясняйте, применяя для объяснения законы физики.

1.3. Как изменится угол отражения, если стенка будет гладкой, но деформации стенки и шарика вдоль нормали будут неупругими (часть механической энергии в процессе «сжатия» и «расправления» тел будет переходить в тепло или внутреннюю энергию вещества) – увеличится или уменьшится? Ответ поясните.

1.4. Пусть шарик лежал неподвижно на горизонтальной поверхности на расстоянии 10 см от вертикальной стенки. Робот нанес по нему удар битой, сообщивший шарику поступательное движение со скоростью 2 м/с, направленной под углом 45° к горизонту. Вертикальная плоскость, в которой двигался шарик до удара о стенку, оказалась в точности перпендикулярной стенке. На каком расстоянии от стенки шарик упадет на горизонтальную поверхность? Стенку считать гладкой, удар шарика о стенку – упругим, сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$. Как изменится этот ответ (увеличится или уменьшится) при наличии трения между шариком и стенкой?

***Ответы:***

1.1. **Под тем же углом 40° к нормали, в плоскости, проходящей через нормаль и направление скорости до удара**. Важно, чтобы участники понимали, что для полного ответа нужно не только указать величину угла отражения, но и задать плоскость. При этом для доказательства правильности ответа участниками из 10-11 классов слов «угол падения равен углу отражения» недостаточно – вопрос именно в том, как этот вывод обосновать. Проще всего заметить, что в отсутствие трения на шарик не действует никаких сил, направленных вдоль плоскости, а значит, составляющая скорости вдоль плоскости не изменяется. При этом, если удар упругий, то кинетическая энергия шарика сохраняется, и величина скорости не изменяется. Поэтому составляющая скорости вдоль нормали при ударе меняет направление на противоположное, не меняя величину. Значит, скорость шарика после отражения направлена под тем же углом к нормали в плоскости падения.

**Максимальная оценка за вопрос: 2 балла.**

1.2. **Угол уменьшится, и может даже стать равным нулю, если за счет трения скольжение шарика по стенке прекратится раньше, чем шарик оторвется от стенки. При этом шарик обязательно начнет вращаться.** Если трение между шариком и стенкой есть, то силы трения уменьшают составляющую скорости шарика вдоль поверхности. Так как нормальная составляющая силы, действующей на шарик со стороны стенки, ведет себя в точности как в предыдущем случае, то опять составляющая скорости вдоль нормали меняет направление на противоположное, не меняя величину. Ясно, что продольная скорость может уменьшится до нуля, если трение достаточно сильное (коэффициент трения достаточно велик), и тогда шарик отразится перпендикулярно стенке. Так как момент силы трения отличен от нуля, а момент силы нормальной реакции стенки равен нулю (нормаль к стенке в точке удара проходит через центр шарика), то суммарный момент сил не равен нулю, и шарик приобретает вращение. Учащиеся 10-11 классов могут даже выполнить расчет: если $N$ – величина нормальной компоненты силы, то вплоть до окончания скольжения сила трения $F_{тр} = \mu N$, где $\mu$ – коэффициент трения между шариком и стенкой, то изменение импульса шарика массы $m$ в проекции на нормаль $2mv_\perp = N \cdot \Delta t$ (где $v_\perp = v_0 \cos(\alpha)$ – неизменная величина нормальной компоненты скорости, $\alpha$ – угол падения, а $\Delta t$ – длительность удара). За счет трения скорость центра шарика относительно поверхности уменьшается, и шарик приобретает вращение. Если к окончанию удара шарик перестает скользить, то скорость его центра в этот момент равна линейной скорости вращения, то есть уменьшение продольной скорости несколько меньше ее начального значения. Значит, если $mv_0 \sin(\alpha) \le \mu N \cdot \Delta t = 2\mu m v_0 \cos(\alpha) \Rightarrow \mu \ge \dfrac{\mathrm{tg}(\alpha)}{2} \approx 0{,}42$, то шарик точно отразится вдоль нормали. В действительности, точный (но не школьный!) расчет с использованием уравнения вращательного движения дает более «мягкое» ограничение: для «пограничного» случая

$$\left.\begin{cases} m[v_0 \sin(\alpha) - \omega r] = \mu N \cdot \Delta t \\ \dfrac{2}{5} m r^2 \omega = \mu N r \cdot \Delta t \end{cases}\right\} \Rightarrow m v_0 \sin(\alpha) = \frac{7}{2}\mu N \cdot \Delta t = \frac{7\mu}{2} 2 m v_0 \cos(\alpha) \Rightarrow \mu = \frac{\mathrm{tg}(\alpha)}{7}\ .$$

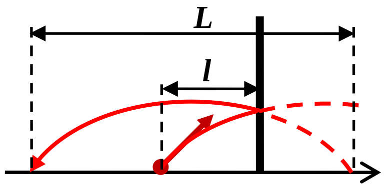
Таким образом, отражение перпендикулярно стенке произойдет, если $\mu \ge \dfrac{\mathrm{tg}(\alpha)}{7} \approx 0{,}12$. Если кто-то из участников сумеет произвести хотя бы оценочный расчет, то это надо отметить особо!

**Максимальная оценка за вопрос: 8 баллов.**

1.3. **Угол увеличится.** Из предыдущего рассуждения ясно, что этот угол определяется соотношением продольной и перпендикулярной (по отношению к стенке) компонент скорости после отражения. Без трения продольная составляющая останется прежней, а при неупругом ударе перпендикулярная уменьшится из-за потерь энергии. Поэтому угол увеличится.

**Максимальная оценка за вопрос: 4 балла.**

1.4 **На расстоянии примерно 30 см от стенки; при наличии трения эта величина уменьшится.** При таком броске дальность полета $L = \dfrac{v_0^2}{g}\sin(2\varphi) = 40$ см. Как видно, удар о стенку произойдет на «восходящей» ветви траектории (это, как известно, парабола). После упругого отражения от гладкой стенки шарик перейдет на «симметричную» параболу, и до падения удалится от стенки на расстояние, равное расстоянию от стенки то «точки падения» на исходной параболе, то есть 40 см – 10 см = 30 см. Если




между шариком и стенкой будет трение, то после отражения вертикальная составляющая скорости (после удара направленная вверх) уменьшится или даже обратится в ноль, поэтому время, за которое шарик по вертикали опустится до уровня поверхности, уменьшится. Горизонтальная составляющая скорости после удара останется прежней (если нормальные деформации остались упругими), или уменьшится (если появилась неупругость), поэтому пройденное шариком до падения расстояние по горизонтали обязательно уменьшится.

**Максимальная оценка за вопрос: 6 баллов.**

**Задание 2:**

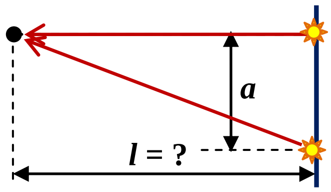
2. Робот оснащен датчиком освещенности, который измеряет световую энергию, попадающую в маленькое «входное окно» датчика. Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна мощности поступающего в «окно» излучения.

2.1. Пусть источником света является светящаяся цилиндрическая колонна, испускающая свет равномерно по всем радиусам в горизонтальной плоскости на любой высоте. Когда робот находится у самой колонны, сила тока фотодатчика равна 6 мА (миллиампера). Когда робот отъехал на расстояние 2 м от колонны, сила тока стала равна 3 мА. Какой будет сила тока датчика, когда робот будет находиться на расстоянии 4 м от колонны?

2.2. Робот вращается на месте, и окно датчика описывает окружность радиусом 15,07 см за 12 с (окно ориентировано «наружу» по радиусу этой окружности). Центр окружности находится на расстоянии 4 м от оси колонны. Оцените длительность промежутка времени (внутри каждого периода вращения), в течении которого датчик фиксирует свет от колонны.

2.3. Найдите длительность промежутка времени (внутри каждого периода вращения), в течении которого ток фотодатчика не меньше половины от его максимального значения.

2.4. На ровной вертикальной стенке расположены две одинаковые лампочки на расстоянии $a = 3$ м друг от друга. Робот снабжен двумя одинаковыми фотодатчиками. Он расположен точно напротив одной из лампочек (см. рисунок). Ток фотодатчика, который направлен на эту лампочку, равен $I_1 = 25$ мА. Ток второго фотодатчика $I_2 = 16$ мА. На каком расстоянии от стены находится робот?



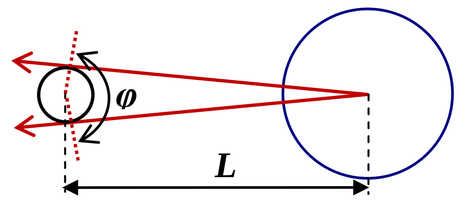

Лампочки имеют малые размеры и светят во всех направлениях одинаково.

***Ответы:***

2.1. **2 мА**. По мере удаления от колонны площадь цилиндрической поверхности, по которой распределена энергия излучения растет пропорционально расстоянию от оси колонны. Поэтому мощность излучения лампочки, регистрируемая на расстоянии $r$ от нее, убывает обратно пропорционально $r$. Убывание сигнала датчика в два раза при удалении на 2 м от колонны означает, что первоначальное расстояние от оси составляло как раз 2 м, так что при удалении еще на 2 метра робот окажется на расстоянии 6 м от оси колонны, и сигнал фотодатчика будет равен 6мА:3=2мА.

**Максимальная оценка за вопрос: 2 балла.**

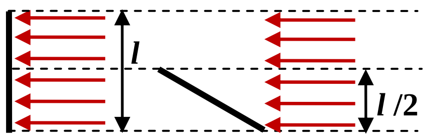
2.2. **Примерно 5,85 с (частично правильный ответ: «чуть меньше 6 с»).** Зона, из которой фотодатчик регистрирует свет от колонны, ограничена лучами, идущими от оси колонны, касательными к окружности, по которой движется окно датчика (см. рисунок). Ясно, что эта зона чуть меньше половины окружности, и длительность нужного интервала времени чуть меньше половины периода вращения (6 с). Более точная оценка может быть построена, если определить угловой размер области регистрации, равный $\varphi = \pi - 2\arcsin\left(\frac{r}{L}\right)$. Значит,




длительность нужного интервала времени равна $t = \dfrac{\varphi}{2\pi}T \approx \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{r}{\pi L}\right)T \approx 5{,}85$ с. Здесь учтено, что синус малого угла примерно равен самому углу в радианной мере. Ученики младших классов, не знакомые с тригонометрическими функциями, могут оценить $\delta l$ – длину участков обращенной к колонне полуокружности, с которых датчик «не видит» колонну, по длине соответствующих хорд, из соображений подобия треугольников: $\dfrac{\delta l}{r} \approx \dfrac{r}{L} \Rightarrow \delta l \approx \dfrac{r^2}{L}$. Тогда также можно получить, что $t = \dfrac{\pi r - 2\delta l}{2\pi}T \approx \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{r}{\pi L}\right)T$.

**Максимальная оценка за вопрос: 6 баллов.**

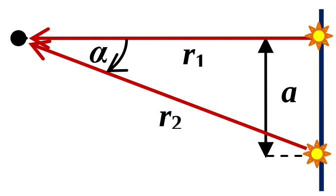
2.3. **4 секунды.** Так как размер входного окна датчика очень мал, то фронт падающей на него волны можно считать плоским. Тогда ясно, что площадь участка фронта световой волны, лучи которого попадают во входное окно датчика, уменьшается в два раза при повороте окна на угол 60˚. Здесь можно исходить из того, что катет, лежащий против угла в 30°, в два раза меньше гипотенузы, или из того, что высота в равностороннем треугольнике является медианой, или, наконец, из того, что $\cos(60°) = 0{,}5$.




Дуга с угловым размером 60˚ – это шестая часть полной окружности. Два таких участка, расположенные симметрично по отношению к линии, соединяющей ось колонны с осью вращения датчика, составляют треть всей окружности. Поэтому длительность промежутка времени, в течении которого ток фотодатчика не меньше половины от его максимального значения, равна трети периода вращения, то есть 4 с.

**Максимальная оценка за вопрос: 4 балла.**

2.4. **4 метра.** В этом случае световая энергия, испускаемая каждой из ламп, равномерно распределяется по поверхности сферы, площадь которой растет пропорционально квадрату радиуса. Поэтому мощность поступающего в окно датчика излучения убывает обратно пропорционально квадрату радиуса. Значит, отношение токов фотодатчиков равно обратному отношению квадратов расстояний: $\dfrac{r_1^2}{r_2^2} = \dfrac{I_2}{I_1}$. Нетрудно заметить, что




$$\cos(\alpha) = \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} = \frac{4}{5}.$$ Значит, $$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\sqrt{1-\cos^2(\alpha)}}{\cos(\alpha)} = \frac{3}{4}.$$

Поэтому $l = r_1 = a \cdot \operatorname{ctg}(\alpha) = \dfrac{4}{3}a = 4$ м. Школьники младших классов должны, ориентируясь на отношение $\dfrac{r_1}{r_2} = \sqrt{\dfrac{I_2}{I_1}} = \dfrac{4}{5}$, узнать в прямоугольном треугольнике, в вершинах которого находятся робот и лампы, «египетский треугольник», что позволит им определить нужный катет.

**Максимальная оценка за вопрос: 8 баллов.**

**Задание 3:**

3. Робот, у которого обе пары колес являются ведущими, одинаковы по размерам и снабжены одинаковыми шинами, разгоняется по горизонтальной поверхности. При этом на робота действует, среди прочих сил, сила сопротивления воздуха. В зависимости от размеров робота, его формы и скорости, величина этой силы может быть либо пропорциональна

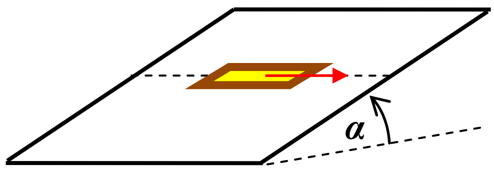
скорости (малые размеры, обтекаемая форма, небольшие скорости), либо пропорциональна квадрату скорости (большие размеры, угловатая форма, высокие скорости). В первом случае будем говорить о движении робота «в режиме вязкого трения», во втором – о движении «в режиме лобового сопротивления». В данном задании нужно исследовать общие и различные черты этих двух режимов.

3.1. Коэффициент трения шин робота о поверхность $\mu$ не зависит от «режима» движения. Различаются ли максимально возможные ускорения двух роботов с одинаковыми $\mu$, если один из них во всем рассматриваемом диапазоне скоростей движется «в режиме вязкого трения», а другой – «в режиме лобового сопротивления»? Ответ объяснить.

3.2. Допустим, что двух роботов из пункта 3.1 перенесли на другую («новую») поверхность, на которой для обоих коэффициент трения в два раза больше, чем на «старой». Во сколько раз у каждого из роботов возрастет максимальная скорость, достижимая при достаточно длительном разгоне?

3.3. На самом деле взаимодействие движущегося тела с воздухом не сводится к силе сопротивления. Вокруг движущегося тела создаются потоки воздуха, из-за которых может возникать направленная вверх «подъемная» сила (при этом говорят, что тело имеет *аэродинамический профиль* типа «крыло») или направленная вниз «прижимающая» сила (тело имеет *аэродинамический профиль* типа «антикрыло»). Если не возникает ни подъемной, ни прижимающей силы, то аэродинамический профиль тела называют «нейтральным». Пусть робот с нейтральным аэродинамическим профилем, вес которого равен 30 Н, разгоняется на горизонтальной поверхности до максимальной скорости 4 м/с. Размеры и форма роботы таковы, что при подобных скоростях сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости. На робота устанавливает легкое антикрыло. Создаваемая им прижимающая сила растет пропорционально скорости, и при 4 м/с равна 25 Н. Как установка антикрыла повлияет на максимальную достижимую скорость робота – увеличит или уменьшит? Ответ объяснить. Найдите величину максимальной скорости робота на той же поверхности после установки антикрыла.

3.4. Пусть роботу из данного задания нужно проехать с постоянной скоростью вдоль горизонтальной линии на плоскости, наклоненной под углом $30°$ к горизонту. Опишите примерно, как должны быть ориентированы плоскости колес робота (считаем, что плоскости всех четырех колес параллельны)? Ответ объяснить. Куда при этом будут направлены силы трения колес о плоскость? Пусть сила сопротивления воздуха на скорости движения в $2\sqrt{3}$ раз меньше веса робота. При какой величине коэффициента трения между шинами и поверхностью такое движение возможно?




***Ответы:***

3.1. **Не различаются.** Ускорение робота создается разностью сил трения о поверхность и силы сопротивления воздуха. Первая максимальна при проскальзывании шин и равна силе трения скольжения $\mu m g$. Вторая растет с ростом скорости. Поэтому максимальное ускорение достигается, когда колеса проскальзывают при почти нулевой скорости. Значит, $a_{\max} = \mu g$, и максимальная величина ускорения зависит только от коэффициента трения.

**Максимальная оценка за вопрос: 2 балла.**

3.2. **У робота, движущегося в режиме вязкого трения – в 2 раза, у робота, движущегося в режиме лобового сопротивления – в $\sqrt{2}$ раз.** Максимальная скорость – та, при которой сила лобового сопротивления уравновешивает максимальную силу «отталкивания» робота от поверхности, то есть силу трения скольжения. Таким образом, при $\vec{F}_c = -\alpha\vec{v}$, такой режим наступает при $\mu m g = \alpha v \Rightarrow v_{\max} = \dfrac{\mu m g}{\alpha}$ (максимальная скорость увеличивается пропорционально коэффициенту трения). Аналогично при $\vec{F}_c = -\beta|\vec{v}|\vec{v}$ получаем:

$\mu mg = \beta v^2 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\dfrac{\mu mg}{\beta}}$ (максимальная скорость увеличивается пропорционально корню квадратному из коэффициенту трения). Отсюда получаем ответ.

**Максимальная оценка за вопрос: 4 балла.**

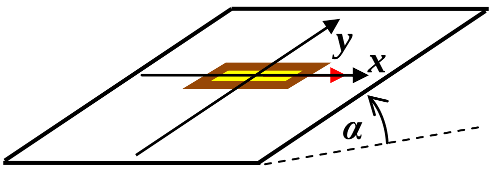
3.3. **Установка антикрыла увеличит максимальную достижимую скорость, и она станет равна 6 м/с.** После установки антикрыла за счет прижимной силы возрастет и сила трения скольжения. Максимальная скорость определяется условием $F_{тр} = \beta v^2$, и поэтому максимальная достижимая скорость возрастет. Теперь построим количественный анализ. До установки антикрыла $F_{тр} = \mu mg$, и из условия $\mu mg = \beta v_m^2$ находим, что $\beta = \dfrac{\mu mg}{v_m^2}$. По условию после установки антикрыла прижимная сила пропорциональна скорости и равна 25 Н (то есть $\dfrac{5}{6}mg$) при скорости $v_m = 4$ м/с, поэтому можно записать, что при произвольной скорости прижимная сила $F_{пр} = \dfrac{5v}{6v_m}mg$. Тогда сила трения $F_{тр} = \mu\left(mg + \dfrac{5v}{6v_m}mg\right) = \mu mg\left(1 + \dfrac{5v}{6v_m}\right)$, и уравнение для новой максимальной скорости $\tilde{v}_m$ имеет вид: $\mu mg\left(1 + \dfrac{5\tilde{v}_m}{6v_m}\right) = \beta\tilde{v}_m^2 = \mu mg\dfrac{\tilde{v}_m^2}{v_m^2}$. Следовательно, $\dfrac{\tilde{v}_m^2}{v_m^2} - \dfrac{5\tilde{v}_m}{6v_m} - 1 = 0$.

Положительный корень этого уравнения $\dfrac{\tilde{v}_m}{v_m} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow \tilde{v}_m = \dfrac{3}{2}v_m = 6$ м/с.

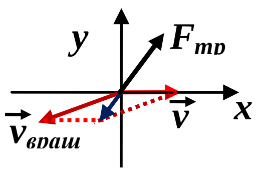
Примечание: участники из младших классов могут построить «грубую» оценку: сославшись на то, что за счет прижимной силы сила трения скольжения возрастает примерно в $\dfrac{55}{30} = \dfrac{11}{6}$ раз, а сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости, они могут оценить новую скорость как $\tilde{v}_m \approx \sqrt{\dfrac{11}{6}}v_m \approx 5{,}4$ м/с. За такой ответ баллы ставятся, но в меньшем количестве.

**Максимальная оценка за вопрос: 6 баллов.**

3.4. **Колеса должны быть ориентированы под углом к линии движения так, чтобы «опускающаяся к плоскости» часть каждого колеса была спереди и выше линии движения. При этом сила трения будет направлена против векторной суммы скорости робота и скорости вращения точки колеса, касающейся поверхности, и тоже «вперед и вверх» по отношению к роботу. Движение возможно, если коэффициент трения не менее 2/3.** При таком движении колеса робота не могут быть выставлены параллельно линии движения – иначе у силы трения не будет составляющей, направленной «вверх» вдоль плоскости (на рисунке – вдоль оси $y$), и робот будет скользить вниз вдоль плоскости под




действием силы тяжести. Кроме того, у силы трения должна быть составляющая, направленная «вперед» (вдоль оси $x$). Ясно, что колеса




должны быть ориентированы под углом к линии движения, и поэтому они обязательно проскальзывают при таком движении. Сила трения скольжения всегда направлена против относительной скорости поверхностей, а скорость точки колеса, касающейся поверхности, есть векторная сумма скорости робота и скорости вращения этой точки вокруг оси колеса.

Отметим, что вектор линейной скорости вращения $\vec{v}_{вращ}$ лежит в плоскости колеса. Как видно из построения (рисунок справа), необходимо, чтобы «опускающаяся к плоскости» часть каждого колеса была спереди и выше линии движения. При движении с постоянной скоростью $x$–составляющая силы трения должна уравновешивать силу сопротивления воздуха $F_{mpx} = F_c = \frac{mg}{2\sqrt{3}}$ (по условию), а $y$–составляющая – компоненту силы тяжести вдоль плоскости $F_{mpy} = mg\sin(\alpha)$. Значит, сила трения $F_{mp} = mg\sqrt{\sin^2(\alpha) + \frac{1}{12}} = \frac{mg}{\sqrt{3}}$.

Но она должна быть не больше $\mu mg\cos(\alpha)$. Значит, $\frac{mg}{\sqrt{3}} \le \mu mg\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \mu \ge \frac{2}{3}$.

**Максимальная оценка за вопрос: 8 баллов.**

## Задание 4:

4. Аккумуляторы часто характеризуют величиной «емкости» (так называют величину заряда, который перемещает аккумулятор до полной разрядки). Обычно она измеряется в миллиампер-часах (мА·ч). Другая характеристика аккумулятора – это его электродвижущая сила (ЭДС) (это отношение работы сторонних сил аккумуляторы над перемещаемым зарядом к величине заряда). ЭДС равно напряжению, которое аккумулятор создает на своих клеммах при разомкнутой цепи (когда ток через него не течет). Третья важная характеристика аккумулятора – это его внутреннее сопротивление, характеризующее потери в аккумуляторе при протекании тока. Реальный аккумулятор можно рассматривать как «идеальный» (без потерь), включенный последовательно с резистором, сопротивление которого равно внутреннему сопротивлению аккумулятора.

4.1. Рассмотрим аккумулятор с емкостью 500 мА·ч, от которого питается электродвигатель. Двигатель поднимает грузы с помощью легкого троса с постоянной скоростью 1 м/с. Сила натяжения троса, создаваемая двигателем, прямо пропорциональна силе тока в обмотке двигателя: $F = \alpha \cdot I$, где постоянная $\alpha \approx 8$ Н/А. Какую максимальную работу может совершить электродвигатель за время разрядки аккумулятора. По какой причине реальная величина работы будет ниже рассчитанной?

4.2. Электродвигатель, подключенный к аккумулятору из п.1, поднимает некоторый груз со скоростью 1,2 м/с. Как изменится скорость подъема, если использовать два таких электродвигателя (груз подвешивается на двух тросах так, чтобы нагрузка была распределена поровну), подключенных параллельно к этому аккумулятору – увеличится или уменьшится? Ответ объяснить. Рассчитайте новую величину скорости подъема для ЭДС аккумулятора, равной 12 В.

4.3. Лампа, рассчитанная на номинальное напряжение 1,5 В, в номинальном режиме потребляет мощность 3 Вт. Какой ток протекает через нить лампы в номинальном режиме? Какой должна быть величина ЭДС аккумулятора с внутренним сопротивлением 0,1 Ом, чтобы при подключении к нему лампа работала в номинальном режиме? Каким будет КПД использования энергии аккумулятора для освещения, если лампа преобразует в световую энергию 34% от потребляемой ею энергии?

4.4. Лампа накаливания не подчиняется закону Ома – при изменении приложенного напряжения ток растет, но при этом растет и равновесная температура ее нити, что приводит к увеличению сопротивления нити. Поэтому ток растет не пропорционально приложенному напряжению, а медленнее. Пусть у нас есть две одинаковых лампы и аккумулятор. ЭДС аккумулятора больше номинального напряжения ламп на 20%. Если подключать лампы к аккумуляторы по отдельности, то они горят нормальным накалом, потребляя мощность $P_0 = 4$ Вт. Как изменится суммарная потребляемая мощность, если обе лампы подключить к аккумулятору параллельно? Рассчитайте новую величину потребляемой мощности. Считать, что в изучаемом диапазоне условий ток через лампу пропорционален корню квадратному из напряжения на ней: $I \sim \sqrt{U}$.

*Ответы:*

4.1. **4,4 кДж, реальная работа будет меньше в основном из-за тепловых потерь на внутреннем сопротивлении аккумулятора и сопротивлении обмотки двигателя.** При перемещении груза в течении времени $t$ со скоростью $v$ двигатель совершает работу $A = Fs = Fvt = \alpha v \cdot It = \alpha vQ = 14400$ Дж. Ясно, что при таком вычислении работы мы пренебрегли всеми возможными потерями: выделением тепла в проводниках с током, потери на трение движущихся частей двигателя. Обычно основным каналом потерь является выделение тепла на сопротивлении цепи обмотки (включающей и внутреннее сопротивление аккумулятора).

**Максимальная оценка за вопрос: 2 балла.**

4.2. **Скорость возрастет и станет равной 2,1 м/с.** Аккумулятор совершает работу по поддержанию тока в цепи обмотки двигателя, которая идет на компенсацию тепловых потерь на сопротивлении контура обмотки $R$ и работу по подъему груза. Так как движение происходит с постоянной скоростью, то сила натяжения одного троса равна весу груза, а для двух тросов – половине веса. По условию сила натяжения пропорциональна току, поэтому суммарный ток обмоток двух двигателей такой же, как при подъеме груза одним двигателем. Значит, мощность, отдаваемая аккумулятором, останется той же, а мощность тепловых потерь на сопротивлении обмоток уменьшится (тот же ток протекает через меньшее сопротивление, равное половине от сопротивления одной обмотки). Следовательно, мощность механической работы возрастет, и вместе с ней – скорость (при той же силе). Проведем расчет. Если ЭДС аккумулятора обозначить $\mathrm{E}$, то уравнение баланса в случае одного двигателя $\mathrm{E}I = I^2R + P_{мех} = I^2R + \alpha I \cdot v$ (здесь $I$ – сила тока в цепи обмотки). Для двух электродвигателей сила тока через обмотку каждого составит $\frac{I}{2}$, и теперь $\mathrm{E}I = I^2\frac{R}{2} + \alpha I \cdot v'$. Исключая из этих двух уравнений слагаемое с $R$, найдем: $v' = \frac{v}{2} + \frac{\mathrm{E}}{\alpha} = 2{,}1$ м/с.

**Максимальная оценка за вопрос: 6 баллов.**

4.3. **2 А, 1,7 В, 30%.** Поскольку номинальная мощность $P_0 = U_0I_0$, то ток в номинальном режиме $I_0 = \frac{P_0}{U_0} = 2$ А. При таком токе напряжение на внутреннем сопротивлении источника $I_0r = 0{,}2$ В. Значит, ЭДС аккумулятора равен 1,7 В. Мощность затрат аккумулятора $P_A = \mathrm{E}I = \frac{\mathrm{E}}{U_0}P_0 = \frac{17}{15}P_0$, и поэтому искомый КПД есть $\frac{15}{17} \cdot 34\% = 30\%$.

**Максимальная оценка за вопрос: 4 балла.**

4.4. **Суммарная потребляемая мощность увеличится до примерно 6,1 Вт.** При подключении одной лампы в цепи течет номинальный ток $I_0$, и поэтому $\mathrm{E} = rI_0 + U_0$ ($U_0$ – номинальное напряжение). Так как различие между ЭДС и номинальным напряжением небольшое, то внутреннее сопротивление источника играет не очень большую роль в схеме, и можно сделать вывод, что ток через каждую из ламп при параллельном подключении будет не сильно меньше, чем через одну. Это означает, что суммарная потребляемая мощность должна увеличиться. Подтвердим это рассуждение расчетом. Запишем связь тока и напряжения для каждой лампы в виде $I = I_0\sqrt{\frac{U}{U_0}}$, и учтем, что напряжение на лампе равно ЭДС минус падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника: так как ток через две лампы равен $2I$, то $I = I_0\sqrt{\dfrac{\mathrm{E} - 2rI}{U_0}}$. Обозначим $x \equiv \dfrac{I}{I_0}$, и получим уравнение для этой величины: $x^2 = \dfrac{\mathrm{E}}{U_0} - 2\dfrac{rI_0}{U_0}x$. По условию $\dfrac{\mathrm{E}}{U_0} = 1{,}2$, а $\dfrac{rI_0}{U_0} = \dfrac{E}{U_0} - 1 = 0{,}2$. Таким образом, $x^2 + 0{,}4x - 1{,}2 = 0$. Положительный корень этого уравнения $x = \sqrt{1{,}24} - 0{,}2 \approx 0{,}91355$ (как видно, ток действительно не сильно меньше номинального). Потребляемая двумя лампами мощность $P = 2UI = 2\dfrac{U}{U_0}\dfrac{I}{I_0}P_0 = 2\left(\dfrac{I}{I_0}\right)^3 P_0 = 2x^3P_0 \approx 6{,}1$Вт. Ответ считается правильным, если полученное значение лежит в интервале от 5,9 Вт до 6,2 Вт.

**Максимальная оценка за вопрос: 8 баллов.**