ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Заключительный этап состоял из двух туров: практического и теоретического. На **практическом туре** участники олимпиады выполняли задания лично-командных робототехнических соревнований и проходили собеседование по физике и робототехнике с экспертами (членами жюри олимпиады). На **теоретическом туре** участники выполняли олимпиадные задания по физике.

Максимальная сумма баллов за практический тур: 50 баллов.
Распределение баллов практического тура:

- **Робототехнические соревнования (лично-командный зачет) – максимальная оценка 40 баллов;** За выполнение каждого из трех заданий начисляются технические баллы: по заданию 1 («Траектория-счетчик») максимальная оценка составляет 260 технических баллов, по заданию 2 («Гольф») максимальная оценка составляет 260 технических баллов, по заданию 3 («Боулинг») максимальная оценка составляет 220 технических баллов. Максимальная сумма по робототехническим соревнованиям составляла 740 технических баллов. Технические баллы пересчитывались в 40-балльную итоговую оценку робототехнических соревнований по линейной монотонной шкале.
- **Собеседование с экспертами (выставляются индивидуальные оценки) – максимальная оценка 10 баллов.**

Максимальная сумма баллов за теоретический тур (выставляются индивидуальные оценки): 50 баллов.
Распределение баллов теоретического тура:
Каждый из вариантов теоретического тура состоял из **четырех** заданий, содержащих **вопрос** и **задачу**. При проверке работ жюри по установленным критериям выставляло технические баллы:

- **Максимальная оценка за вопрос – 5 технических баллов;**
- **Максимальная оценка за задачу – 20 технических баллов.**

Максимальная оценка за работу теоретического тура – 100 технических баллов.
Технические баллы пересчитывались в 50-балльную итоговую оценку теоретического тура по линейной монотонной шкале.
Максимальная итоговая оценка теоретического тура: 50 баллов.
Оценка участника заключительного этапа равнялась сумме баллов практического и теоретического туров.
Максимальная оценка участника заключительного этапа: 100 баллов.

ЗАДАНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТУРА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА ПО ФИЗИКЕ: условия, решения и ответы

10 и 11 классы

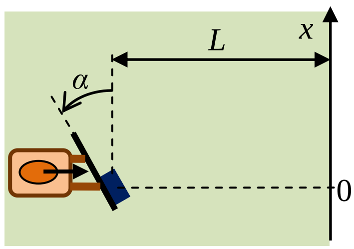
БИЛЕТ № 01 (10-11 классы)

Задание 1:

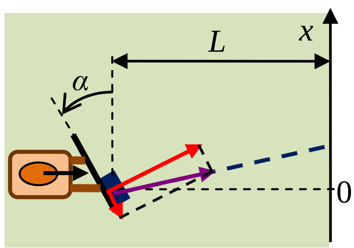
Вопрос: На горизонтальной поверхности лежит доска, на которой покоится небольшой брусок массы $m = 250$ г. Коэффициент трения между доской и бруском равен $\mu = 0{,}4$. Доску быстро сместили вдоль нее самой по поверхности на расстояние $S = 1$м. При этом брусок сдвинулся относительно поверхности на расстояние $s = 50$см. Какое количество тепла выделилось из-за трения между бруском и доской? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.

Ответ: Количество тепла равно модулю работы силы трения скольжения, которая равна μmg, а относительное смещение бруска и доски равно $S - s$. Итак, $Q = \mu mg(S - s) = 0{,}5$ Дж.

Задача: Модель бульдозера должна вытеснить за пределы поля небольшую коробку. Скорость модели направлена перпендикулярно краю поля, а ковш повернут на угол $\alpha = 30°$ относительно этого края (см. рисунок). Начальное расстояние от коробки до края поля $L = 10$ м, коэффициент трения между ковшом и коробкой $\mu = 0{,}5$. Найдите координату x точки, в которой коробка пройдет край. Во сколько раз отличаются количества теплоты, выделившиеся из-за трения между ковшом и коробкой и между коробкой и полом? Коэффициент трения коробки о пол $\mu' = 0{,}1$. Коробка движется поступательно и не отрывается от ковша. Скорость модели постоянна.



Решение: Коробка двигалась бы перпендикулярно краю поля, если бы не скользила по ковшу. Но в этом случае также была бы направлена и равнодействующая сил трения о ковш и силы нормальной реакции ковша. Но тогда между этими силами выполнялось бы соотношение $F_{тр} = N tg(\alpha) = \dfrac{N}{\sqrt{3}}$, что невозможно, ибо $F_{тр} \le \mu N = 0{,}5N$. Значит, коробка скользит по ковшу. Поэтому результирующая сила $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}$ направлена под углом $\beta = arctg(\mu)$ к силе $\vec{N}$, то есть под углом $\alpha - arctg(\mu)$ к перпендикуляру к краю поля. Значит, $x = L \cdot tg[\alpha - arctg(\mu)] = L\dfrac{tg(\alpha) - \mu}{1 + \mu tg(\alpha)} \approx 0{,}6$ м. Так как скорость модели постоянна, то и скорость коробки почти на всем пути постоянна, и поэтому сила $\vec{F}$ равна по величине силе трения коробки о пол $\vec{F}'_{тр}$. Тогда $F_{тр} = \sin[arctg(\mu)]F = \dfrac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}F'_{тр}$, и соотношение количеств теплоты, выделившиеся из-за трения между ковшом и коробкой и между коробкой и полом $\dfrac{Q}{Q'} = \dfrac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\dfrac{s}{S}$, где s – величина проскальзывания коробки по ковшу, а и S – путь коробки по



полу. Из геометрии находим; что $s=\dfrac{x}{\cos(\alpha)}=L\dfrac{tg(\alpha)-\mu}{\cos(\alpha)+\mu\sin(\alpha)}$, а $S=\dfrac{L}{\cos[\alpha-arctg(\mu)]}=L\dfrac{\sqrt{1+\mu^2}}{\cos(\alpha)+\mu\sin(\alpha)}$. Итак, $\dfrac{Q}{Q'}=\dfrac{\mu(tg(\alpha)-\mu)}{1+\mu^2}\approx 0{,}03$.

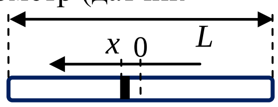
Ответ: $x=L\dfrac{tg(\alpha)-\mu}{1+\mu tg(\alpha)}\approx 0{,}6$ м, $\dfrac{Q}{Q'}=\dfrac{\mu(tg(\alpha)-\mu)}{1+\mu^2}\approx 0{,}03$.

Задание 2:

Вопрос: На сколько процентов нужно изотермически уменьшить объем идеального газа, чтобы его давление возросло на 25%? А на 0,5% (ответ дайте с точностью до 0,1%)?

Ответ: Согласно закону Бойля-Мариотта, в изотермическом процессе $pV=const$. Поэтому, если $\dfrac{p'}{p}=1{,}25$, то $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{1{,}25}=0{,}8$, то есть для увеличения давления на 25% нужно уменьшить объем на 20%. Аналогично для $\dfrac{p'}{p}=1{,}005$ получается $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{1{,}005}\approx 0{,}995$, то есть во втором случае уменьшить объем нужно примерно на 0,5%. Можно сделать вывод: при малых изменениях величины относительных изменений совпадают с точностью до поправок большего порядка малости.

Задача: В конструкции специализированного робота используется акселерометр (датчик ускорения) следующей конструкции: в гладкой герметичной горизонтальной трубке, заполненной газом, находится небольшой поршень. В отсутствие ускорения поршень располагается точно посередине трубки.



При появлении продольного ускорения поршень смещается. На испытаниях робот двигался с ускорением $a=1{,}5$ м/с^2, а температура газа равнялась $t\approx 12°C$, и при этом смещение поршня составило $x=3{,}8$ мм. В один из моментов работы робота смещение поршня равнялось $x'=5{,}6$ мм при температуре газа $t'\approx 27°C$. С каким продольным ускорением двигался робот? Ответ нужно получить с ошибкой менее 2%.

Решение: Поскольку в отсутствие ускорения поршень располагается точно посередине трубки, то в трубке по разные стороны от поршня находится одинаковое количество газа ν. Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для газа в каждой из частей трубки, в которой поршень смещен от середины на x при температуре T: $p_1S\left(\dfrac{L}{2}-x\right)=p_2S\left(\dfrac{L}{2}+x\right)=\nu RT$ (здесь S – площадь поперечного сечения трубки). Дополним их уравнением движения поршня массой m, движущегося вместе с трубкой с ускорением a: $ma=p_1S-p_2S$. Выразив силы давления из первых двух соотношений и подставив их в третье, получим связь ускорения и смещения:

$$ma=\frac{2\nu RT}{L-2x}-\frac{2\nu RT}{L+2x}\Rightarrow\frac{8x}{L^2-4x^2}=\frac{m}{\nu RT}a.$$

При указанных в условиях величинах ускорений и температурах, близких к нормальной, смешения небольшого по массе поршня должны быть малы по сравнению с длиной трубки ($x<<L$). Поэтому в знаменателе можно пренебречь $4x^2$ по сравнению с L^2, и тогда $x\approx\dfrac{mL^2}{8\nu R}\dfrac{a}{T}$. Например, если давление в трубке близко к нормальному атмосферному, а масса поршня равна 100 г при площади 1 см^2 (то есть он весьма тяжелый), то для создания ускорения в 1 м/с^2 достаточно, чтобы разность давлений составляла 1% от равновесного давления. Того же порядка должна быть и относительная разность объемов, тогда $\dfrac{4x^2}{L^2}\approx 10^{-4}$! Значит, точность полученной формулы при разумных значениях параметров акселерометра значительно лучше требуемой. Таким образом, для разных значений температуры и ускорения

$\frac{x'}{x} = \frac{T}{T'}\frac{a'}{a} \Rightarrow a' = \frac{T'x'}{Tx} a \approx 2{,}33$ м/с^2. В вычислениях округление производим с учетом требуемой точности.

Ответ: $a' = \frac{T'x'}{Tx} a \approx 2{,}33$ м/с^2.

Задание 3:

Вопрос: Электродвигатель, работающий от источника постоянной ЭДС, поднимает по очереди два разных груза. Сила тяги двигателя пропорциональна силе тока, текущего в обмотке. Для первого груза эта сила тока меньше, чем для второго. Какой из грузов поднимается с большей установившейся скоростью? Ответ объяснить.

Ответ: Работа сторонних сил источника с ЭДС Е идет на механическую работу двигателя, перемещающего груз силой F со скоростью v, и на компенсацию тепловых потерь на сопротивлении R, то есть $\mathrm{E} \cdot I = RI^2 + F \cdot v$. Если $F = kI$, то $v = \frac{\mathrm{E} - RI}{k}$, то есть установившаяся скорость больше при меньшем токе. Значит, большая скорость у первого груза.

Задача: Двигатель робота работает от аккумулятора с ЭДС $\mathrm{E} = 24$ В. Известно, что сила, с которой двигатель натягивает наматывающийся на вал прочный легкий трос, прямо пропорциональна силе тока, текущего в обмотке. Когда закрепленный робот поднимает вверх с помощью этого троса груз массой $m = 1$ кг, ток в обмотке равен $I_1 = 1{,}5$ А при установившейся скорости подъема $v_1 = 2{,}4$ м/с. С какой установившейся скоростью закрепленный робот будет подтягивать этим же тросом тот же груз по горизонтальной поверхности? Коэффициент трения между грузом и поверхностью $\mu = 0{,}5$.

Решение: При установившейся скорости подъема ускорение груза равно нулю, то есть сила тяги двигателя уравновешивает вес груза. Значит, уравнение энергетического баланса имеет вид $\mathrm{E} \cdot I_1 = RI_1^2 + mg \cdot v_1$, причем, поскольку $F = kI$, то $I_1 = \frac{mg}{k}$. Во тором случае при установившемся движении сила тяги уравновешивает силу трения скольжения, то есть $\mathrm{E} \cdot I_2 = RI_2^2 + \mu mg \cdot v_2$ и $I_2 = \frac{\mu mg}{k} = \mu I_1$. Исключая из уравнений энергетического баланса сопротивление контура обмотки, получаем: $(1-\mu)\mathrm{E}I_1 = mg(v_2 - \mu v_1)$. Таким образом, $v_2 = \mu v_1 + (1-\mu)\frac{\mathrm{E}I_1}{mg} = 3$ м/с.

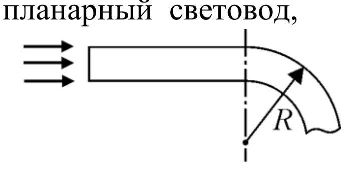
Ответ: $v_2 = \mu v_1 + (1-\mu)\frac{\mathrm{E}I_1}{mg} = 3$ м/с.

Задание 4:

Вопрос: При каких условиях можно наблюдать явление полного внутреннего отражения?

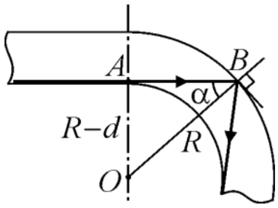
Ответ: Полное внутреннее отражение наблюдается в ситуациях, когда закон Снелла выдает для синуса угла преломления невозможное (≥ 1) значение. Такое возможно, если луч выходит из оптически более плотной среды с показателем преломления n_1 в оптически менее плотную – с $n_2 < n_1$, и угол падения превышает по величине «угол полного внутреннего отражения» $\alpha \geq \alpha_{\text{ПВО}} = \arcsin(n_2 / n_1)$.

Задача: В оптической системе робота используется так называемый планарный световод, представляющий собой плоскопараллельную пластинку толщиной $d = 1$ мм, изготовленную из прозрачной пластмассы с показателем преломления $n = 1{,}5$. Изгибая пластинку, ей придают форму, изображенную на рисунке. Перпендикулярно торцу пластинки падает в



плоскости рисунка параллельный пучок света. Найдите минимально допустимый радиус кривизны $R_{\min}$ изгиба пластинки, при котором свет не будет выходить из пластинки наружу через ее боковую поверхность. Радиус кривизны определяйте по внешней (по отношению к направлению изгиба) поверхности пластинки.

Решение: Рассмотрим ход светового луча, распространяющегося вплотную к внутренней поверхности плоской части пластинки (см. рисунок). Легко видеть, что из всех лучей,



попавших внутрь пластинки через ее торец, этот луч имеет наименьший угол падения α на искривленную поверхность пластинки. Рассматриваемый луч не выйдет наружу, если он испытает на искривленной поверхности полное отражение, условие которого имеет вид: $\sin\alpha \ge n^{-1}$. Ясно, при выполнении этого условия все остальные лучи, образующие пучок, также не выйдут из пластинки через ее искривленную поверхность. На рисунке видно, что $\sin\alpha = \dfrac{R-d}{R}$. Из записанных соотношений находим, что $R_{\min} = \dfrac{nd}{n-1} = 3$ мм.

Ответ: $R_{\min} = \dfrac{nd}{n-1} = 3$ мм.

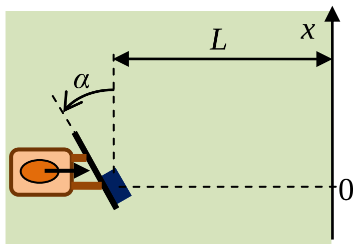
БИЛЕТ № 02 (10-11 классы)

Задание 1:

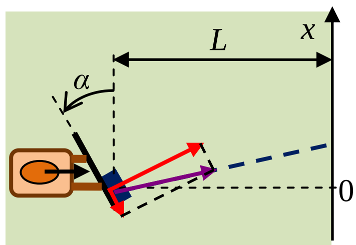
Вопрос: На горизонтальной поверхности лежит доска, на которой покоится небольшой брусок массы $m = 200$ г. Коэффициент трения между доской и бруском равен $\mu = 0{,}5$. Доску быстро сместили вдоль нее самой по поверхности на расстояние $S = 0{,}8$ м. При этом брусок сдвинулся относительно поверхности на расстояние $s = 40$ см. Какое количество тепла выделилось из-за трения между бруском и доской? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.

Ответ: Количество тепла равно модулю работы силы трения скольжения, которая равна μmg, а относительное смещение бруска и доски равно $S - s$. Итак, $Q = \mu mg(S - s) = 0{,}4$ Дж.

Задача: Модель бульдозера должна вытеснить за пределы поля небольшую коробку. Скорость модели направлена перпендикулярно краю поля, а ковш повернут на угол $\alpha = 30°$ относительно этого края (см. рисунок). Начальное расстояние от коробки до края поля $L = 9$ м, коэффициент трения между ковшом и коробкой $\mu = 0{,}4$. Найдите координату x точки, в которой коробка пройдет край. Во сколько раз отличаются количества теплоты, выделившиеся из-за трения между ковшом и коробкой и между коробкой и полом? Коэффициент трения коробки о пол $\mu' = 0{,}1$. Коробка движется поступательно и не отрывается от ковша.



Решение: Коробка двигалась бы перпендикулярно краю поля, если бы не скользила по ковшу. Но в этом случае также была бы направлена и равнодействующая сил трения о ковш и силы нормальной реакции ковша. Но тогда между этими силами выполнялось бы соотношение $F_{mp} = N tg(\alpha) = \dfrac{N}{\sqrt{3}}$, что невозможно, ибо $F_{mp} \le \mu N = 0{,}4N$. Значит, коробка скользит по ковшу. Поэтому результирующая сила $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{mp}$ направлена под углом



$\beta = arctg(\mu)$ к силе $\vec{N}$, то есть под углом $\alpha - arctg(\mu)$ к перпендикуляру к краю поля. Значит, $x = L \cdot tg[\alpha - arctg(\mu)] = L\dfrac{tg(\alpha) - \mu}{1 + \mu tg(\alpha)} \approx 1{,}3$ м. Так как скорость модели постоянна, то и скорость коробки почти на всем пути постоянна, и поэтому сила $\vec{F}$ равна по величине силе трения коробки о пол $\vec{F}'_{тр}$. Тогда $F_{тр} = \sin[arctg(\mu)]F = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}F'_{тр}$, и соотношение количеств теплоты, выделившиеся из-за трения между ковшом и коробкой и между коробкой и полом $\frac{Q}{Q'} = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\frac{s}{S}$, где s – величина проскальзывания коробки по ковшу, а и S – путь коробки по полу. Из геометрии находим; что $s = \frac{x}{\cos(\alpha)} = L\frac{tg(\alpha)-\mu}{\cos(\alpha)+\mu\sin(\alpha)}$, а $S = \frac{L}{\cos[\alpha - arctg(\mu)]} = L\frac{\sqrt{1+\mu^2}}{\cos(\alpha)+\mu\sin(\alpha)}$. Итак, $\frac{Q}{Q'} = \frac{\mu(tg(\alpha)-\mu)}{1+\mu^2} \approx 0{,}06$.

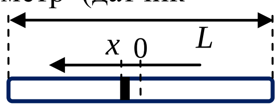
Ответ: $x = L\frac{tg(\alpha)-\mu}{1+\mu tg(\alpha)} \approx 1{,}3$ м, $\frac{Q}{Q'} = \frac{\mu(tg(\alpha)-\mu)}{1+\mu^2} \approx 0{,}06$.

Задание 2:

Вопрос: На сколько процентов нужно изотермически уменьшить объем идеального газа, чтобы его давление возросло на 20%? А на 0,4% (ответ дайте с точностью до 0,1%)?

Ответ: Согласно закону Бойля-Мариотта, в изотермическом процессе $pV = const$. Поэтому, если $\frac{p'}{p} = 1{,}2$, то $\frac{V'}{V} = \frac{1}{1{,}2} \approx 0{,}833$, то есть для увеличения давления на 20% нужно уменьшить объем на 16,7%. Аналогично для $\frac{p'}{p} = 1{,}004$ получается $\frac{V'}{V} = \frac{1}{1{,}004} \approx 0{,}996$, то есть во втором случае уменьшить объем нужно примерно на 0,4%. Можно сделать вывод: при малых изменениях величины относительных изменений совпадают с точностью до поправок большего порядка малости.

Задача: В конструкции специализированного робота используется акселерометр (датчик ускорения) следующей конструкции: в гладкой герметичной горизонтальной трубке, заполненной газом, находится небольшой поршень. В отсутствие ускорения поршень располагается точно посередине трубки. При появлении продольного ускорения поршень смещается. На испытаниях робот двигался с ускорением $a = 2$ м/с^2, а температура газа равнялась $t \approx 12°C$, и при этом смещение поршня составило $x = 5{,}7$ мм. В один из моментов работы робота смещение поршня равнялось $x' = 4{,}5$ мм при температуре газа $t' \approx 27°C$. С каким продольным ускорением двигался робот? Ответ нужно получить с ошибкой менее 2%.



Решение: Поскольку в отсутствие ускорения поршень располагается точно посередине трубки, то в трубке по разные стороны от поршня находится одинаковое количество газа ν. Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для газа в каждой из частей трубки, в которой поршень смещен от середины на x при температуре T: $p_1 S\left(\frac{L}{2} - x\right) = p_2 S\left(\frac{L}{2} + x\right) = \nu RT$ (здесь S – площадь поперечного сечения трубки). Дополним их уравнением движения поршня массой m, движущегося вместе с трубкой с ускорением a: $ma = p_1 S - p_2 S$. Выразив силы давления из первых двух соотношений и подставив их в третье, получим связь ускорения и смещения:

$$ma = \frac{2\nu RT}{L-2x} - \frac{2\nu RT}{L+2x} \Rightarrow \frac{8x}{L^2 - 4x^2} = \frac{m}{\nu RT}a.$$

При указанных в условиях величинах ускорений и температурах, близких к нормальной, смешения небольшого по массе поршня должны быть малы по сравнению с длиной трубки ($x \ll L$). Поэтому в знаменателе можно пренебречь $4x^2$ по сравнению с L^2, и тогда $x \approx \frac{mL^2}{8\nu R}\frac{a}{T}$. Например, если давление в трубке близко к нормальному атмосферному, а масса поршня равна 100 г при площади 1 см^2 (то есть он весьма тяжелый), то для создания ускорения в 1 м/с^2 достаточно, чтобы разность давлений составляла 1% от равновесного давления. Того же порядка должна быть и относительная разность объемов, тогда $\frac{4x^2}{L^2} \approx 10^{-4}$! Значит, точность полученной формулы при разумных значениях параметров акселерометра значительно лучше требуемой. Таким образом, для разных значений температуры и ускорения $\frac{x'}{x} = \frac{T}{T'}\frac{a'}{a} \Rightarrow a' = \frac{T'x'}{Tx}a \approx 1{,}66$ м/с^2. В вычислениях округление производим с учетом требуемой точности.

Ответ: $a' = \frac{T'x'}{Tx}a \approx 1{,}66$ м/с^2.

Задание 3:

Вопрос: Электродвигатель, работающий от источника постоянной ЭДС, поднимает по очереди два разных груза. Сила тяги двигателя пропорциональна силе тока, текущего в обмотке. Для первого груза эта сила тока меньше, чем для второго. Какой из грузов поднимается с большей установившейся скоростью? Ответ объяснить.

Ответ: Работа сторонних сил источника с ЭДС E идет на механическую работу двигателя, перемещающего груз силой F со скоростью v, и на компенсацию тепловых потерь на сопротивлении R, то есть $\mathrm{E} \cdot I = RI^2 + F \cdot v$. Если $F = kI$, то $v = \frac{\mathrm{E} - RI}{k}$, то есть установившаяся скорость больше при меньшем токе. Значит, большая скорость у первого груза.

Задача: Двигатель робота работает от аккумулятора с ЭДС $\mathrm{E} = 30$ В. Известно, что сила, с которой двигатель натягивает наматывающийся на вал прочный легкий трос, прямо пропорциональна силе тока, текущего в обмотке. Когда закрепленный робот поднимает вверх с помощью этого троса груз массой $m = 1$ кг, ток в обмотке равен $I_1 = 2$ А при установившейся скорости подъема $v_1 = 3{,}2$ м/с. С какой установившейся скоростью закрепленный робот будет подтягивать этим же тросом тот же груз по горизонтальной поверхности? Коэффициент трения между грузом и поверхностью $\mu = 0{,}4$.

Решение: При установившейся скорости подъема ускорение груза равно нулю, то есть сила тяги двигателя уравновешивает вес груза. Значит, уравнение энергетического баланса имеет вид $\mathrm{E} \cdot I_1 = RI_1^2 + mg \cdot v_1$, причем, поскольку $F = kI$, то $I_1 = \frac{mg}{k}$. Во втором случае при установившемся движении сила тяги уравновешивает силу трения скольжения, то есть $\mathrm{E} \cdot I_2 = RI_2^2 + \mu mg \cdot v_2$ и $I_2 = \frac{\mu mg}{k} = \mu I_1$. Исключая из уравнений энергетического баланса сопротивление контура обмотки , получаем: $(1-\mu)\mathrm{E}I_1 = mg(v_2 - \mu v_1)$. Таким образом, $v_2 = \mu v_1 + (1-\mu)\frac{\mathrm{E}I_1}{mg} = 4{,}88$ м/с.

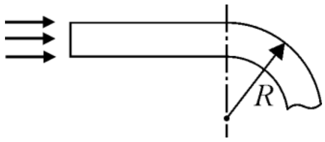
Ответ: $v_2 = \mu v_1 + (1-\mu)\frac{\mathrm{E}I_1}{mg} = 4{,}88$ м/с.

Задание 4:

Вопрос: При каких условиях можно наблюдать явление полного внутреннего отражения?

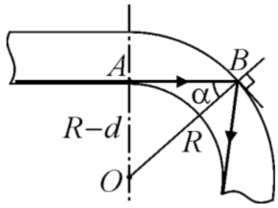
Ответ: Полное внутреннее отражение наблюдается в ситуациях, когда закон Снелла выдает для синуса угла преломления невозможное (≥ 1) значение. Такое возможно, если луч выходит из оптически более плотной среды с показателем преломления n_1 в оптически менее плотную – с $n_2 < n_1$, и угол падения превышает по величине «угол полного внутреннего отражения» $\alpha \geq \alpha_{\text{ПВО}} = \arcsin(n_2 / n_1)$.

Задача: В оптической системе робота используется так называемый планарный световод, представляющий собой плоскопараллельную пластинку толщиной $d = 1{,}2$ мм, изготовленную из прозрачной пластмассы с показателем преломления $n = 1{,}4$. Изгибая пластинку, ей придают форму, изображенную на рисунке. Перпендикулярно торцу пластинки падает в



плоскости рисунка параллельный пучок света. Найдите минимально допустимый радиус кривизны $R_{\min}$ изгиба пластинки, при котором свет не будет выходить из пластинки наружу через ее боковую поверхность. Радиус кривизны определяйте по внешней (по отношению к направлению изгиба) поверхности пластинки.

Решение: Рассмотрим ход светового луча, распространяющегося вплотную к внутренней поверхности плоской части пластинки (см. рисунок). Легко видеть, что из всех лучей,



попавших внутрь пластинки через ее торец, этот луч имеет наименьший угол падения α на искривленную поверхность пластинки. Рассматриваемый луч не выйдет наружу, если он испытает на искривленной поверхности полное отражение, условие которого имеет вид: $\sin\alpha \geq \frac{1}{n}$. Ясно, при выполнении этого условия все остальные лучи, образующие пучок, также не выйдут из пластинки через ее искривленную поверхность. На рисунке видно, что $\sin\alpha = \frac{R-d}{R}$. Из записанных соотношений находим, что $R_{\min} = \frac{nd}{n-1} = 4{,}2$ мм.

Ответ: $R_{\min} = \frac{nd}{n-1} = 4{,}2$ мм.