

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ 2015/16 учебного года

В 2015/16 учебном году отборочный этап олимпиады «Робофест» по физике проходил в форме очных робототехнических соревнований, задания которых представляли собой инженерные, конструкторские и робототехнические задачи. Оценка участникам выставлялась по результатам соревнований и результатам собеседований участников с экспертами – членами жюри олимпиады.

На заключительном этапе участники получали оценки по результатам робототехнических соревнований (I тур) и по результатам выполнения заданий теоретического (II-го) тура. По каждому туру жюри выставляло технические баллы: по I туру – в соответствии с техническим регламентом соревнования, по II – туру – в соответствии с критериями методической комиссии. Оценкой за каждый тур являлась сумма технических баллов, нормированная таким образом, что максимальная оценка составляла 50 баллов. При нормировки дробные баллы округлялись до ближайшего целого в большую сторону. Максимальная оценка участника за финальный этап составляла 100 баллов.

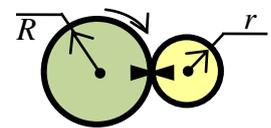
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2015/16 года, II (ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ) ТУР

БИЛЕТ № 01 (10-11 классы)

Задание 1:

Вопрос: Точка движется по окружности радиуса R . Как связаны между собой ее угловая скорость, линейная скорость и ускорение?

Задача: В некотором механизме ведущая шестеренка радиуса R вращается с угловой скоростью Ω . Эта шестеренка приводит в движение шестеренку меньшего радиуса, равного r . Шестеренки вращаются без проскальзывания. На ободе каждой шестеренки поставлена метка. В момент времени $t=0$ эти метки соприкоснулись. Через какое время относительная скорость этих меток в первый раз станет равной нулю? Чему в этот момент будет равняться их относительное ускорение?



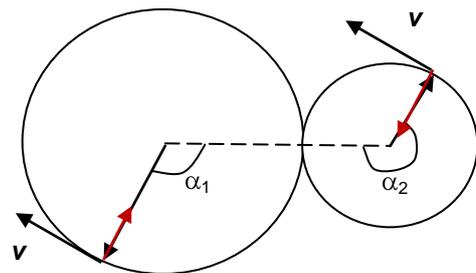
Ответ на вопрос: Если угловая скорость точки равна ω , то ее линейная скорость $V = \omega R$, причем вектор скорости всегда направлен по касательной к окружности, а вектор ускорения направлен к центру окружности. Величина такого «центростремительного» ускорения

$$a = \omega^2 R = \frac{V^2}{R}.$$

Максимальная оценка за вопрос: 5 технических баллов.

Решение задачи: Поскольку шестеренки крутятся без проскальзывания, то их линейные скорости одинаковы. Поэтому относительная скорость меток станет равной нулю, когда они будут двигаться в одном направлении. Как видно из построения, это случится впервые в тот момент, когда сумма углов поворота меток от начального положения станет равна 360° , или 2π рад. Учитывая связь линейных и угловых скоростей, найдем, что

$\omega r = \Omega R \Rightarrow \omega = \frac{R}{r} \Omega$. Итак, $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\pi$, если



$(\omega + \Omega)t = 2\pi \Rightarrow t = \frac{2\pi}{\omega + \Omega} = \frac{r}{R+r} \frac{2\pi}{\Omega}$. Ускорения меток направлены по радиусам, то есть в противоположных направлениях, поэтому относительное ускорение равно сумме величин центростремительных ускорений: $a_{12} = \Omega^2 R + \omega^2 r = \Omega^2 \frac{R(R+r)}{r}$.

Ответ: $t = \frac{r}{R+r} \frac{\pi}{\Omega}$, $a_{12} = \Omega^2 \frac{R(R+r)}{r}$.

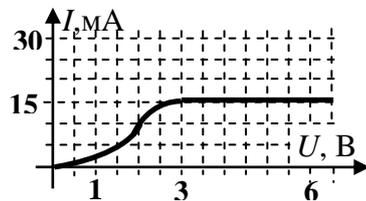
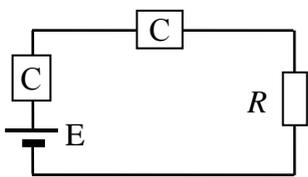
Максимальная оценка за решение задачи: 20 технических баллов.

Задание 2:

Вопрос: Вольтамперная характеристика элемента электрической цепи – это зависимость протекающего через него тока от приложенного напряжения. У обычного резистора это зависимость $I = \frac{U}{R}$, и ее график – прямая линия. У некоторых элементов эта зависимость

имеет более сложный вид, и соответствующие графики криволинейны. Предположим, у Вас есть два таких элемента. Предложите алгоритм, с помощью которого по графикам вольтамперных характеристик двух элементов можно построить график вольтамперной характеристики их последовательного соединения.

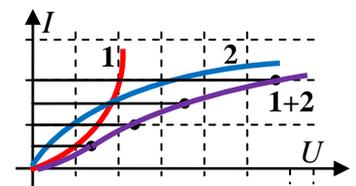
Задача: Электронная управляющая схема должна потреблять ток $I = (9,5 \pm 1,5)$ мА. Входное



сопротивление схемы равно $R = 195$ Ом. У нас есть аккумулятор с ЭДС $E = 6$ В и внутренним сопротивлением $r = 5$ Ом и стабилизаторы тока (C) – элементы, вольтамперная характеристика которых показана на правом рисунке. Каким

будет ток, потребляемый схемой, если подключить ее к аккумулятору последовательно с одним стабилизатором? Исправится ли ситуация, если использовать два стабилизатора по схеме, показанной на левом рисунке?

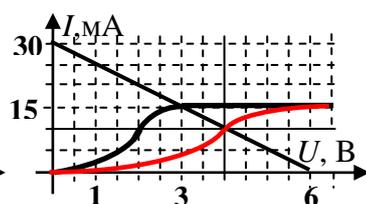
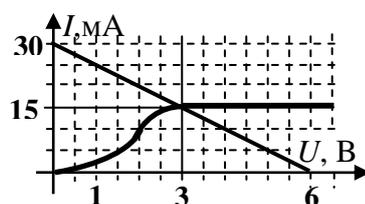
Ответ на вопрос: При последовательном соединении двух элементов в них течет одинаковый («общий») ток, а общее напряжение есть сумма напряжений на элементах. Поэтому алгоритм построения вольт-амперной характеристики последовательного соединения двух нелинейных элементов может быть следующим: при каждом значении общего тока находим точку, отвечающую общему напряжению – путем суммирования напряжений для этого тока на каждом элементе.



Максимальная оценка за вопрос: 5 технических баллов.

Решение задачи: При подключении к аккумулятору одного стабилизатора последовательно со схемой ток в цепи должен удовлетворять двум уравнениям. Во-первых, он связан с напряжением на стабилизаторе уравнением его вольт-амперной характеристики $I = f(U)$. Во-вторых, напряжение на стабилизаторе совпадает с напряжением на аккумуляторе и схеме, и по закону Ома для участка цепи с ЭДС $U = E - I(R+r) \Rightarrow I = \frac{E-U}{R+r}$. Эту систему из двух

уравнений для двух неизвестных (I и U) можно решить графически. Для этого на графике, на котором построена кривая $I = f(U)$,



нужно построить прямую $I = \frac{E-U}{R+r}$.

Точка их пересечения и определяет значение неизвестных. Как видно из левого графика, ток в цепи с одним

стабилизатором $I_1 \approx 15$ мА, что не подходит для схемы. Для анализа ситуации в случае с двумя стабилизаторами нужно поступить так же, только нужно искать точку пересечения прямой

$I = \frac{E - U}{R + r}$ с вольт-амперной характеристикой последовательного соединения двух стабилизаторов, которая строится по алгоритму, разработанному в процессе ответа на вопрос (она построена на правом графике). Из правого графика находим, что в этом случае ток через схему $I_2 \approx 10$ мА, то есть ситуация действительно «исправится». Впрочем, можно отметить, что точка пересечения лежит на участке «крутого склона» вольт-амперной характеристики пары стабилизаторов, что не очень хорошо: небольшие колебания ЭДС аккумулятора приведут к довольно заметным колебаниям тока в цепи.

Ответ: исправится: с одним стабилизатором ток потребления схемы $I_1 \approx 15$ мА, с двумя – $I_2 \approx 10$ мА.

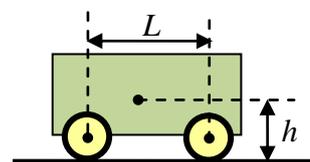
Максимальная оценка за решение задачи: 20 технических баллов.

Задание 3:

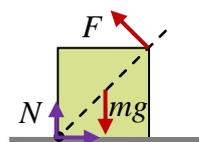
Вопрос: Однородный кубик массы m лежит на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между кубиком и поверхностью $\mu \approx 1$. Как нужно действовать, чтобы заставить кубик оторваться от поверхности, вращаясь вокруг одного из своих ребер, используя минимальную по величине силу? Чему равна эта минимальная величина силы? Ответ объяснить.

Задача: Центр масс управляемой тележки расположен точно посередине между осями двух пар ее колес (расстояние между которыми равно $L = 30$ см) на высоте $h = 15$ см (см. рисунок).

Одна из пар колес является ведущей, и двигатель может вращать ее одинаково в любую сторону. Если тележку пустить вверх по наклонной плоскости так, что ведущая пара колес оказывается сзади, то тележка сможет ехать вверх с постоянной скоростью, если угол наклона плоскости не превышает $\alpha_1 = 30^\circ$ - иначе ведущие колеса начинают проскальзывать. Чему равен коэффициент трения ее колес о плоскость? Каким будет максимальный угол наклона плоскости, на которой тележка сможет ехать вверх с постоянной скоростью, если пустить ее так, что ведущие колеса будут спереди? Каким станет максимальный возможный угол подъема, если заменить покрышки колес другими, имеющими ту же массу, но с коэффициентом трения о поверхность $\mu > 1$? Трением качения для пары колес, не являющихся ведущими, пренебречь.



Ответ на вопрос: Для начала «переворота» кубика необходимо, чтобы момент действующей на него силы (\vec{F}) относительно ребра, являющегося осью вращения, был больше момента силы тяжести (в момент начала вращения кубик опирается на поверхность именно этим ребром, и момент сил нормальной реакции и трения относительно этого ребра равен нулю) При заданном моменте сила будет минимальна, если ее плечо максимально. Как нетрудно догадаться, «переворачивающая» сила будет иметь максимальное плечо, если приложить ее к противоположному ребру, направив перпендикулярно диагонали вертикального квадратного сечения (см. рисунок). Если a – длина ребра кубика, то условием начала «переворота» является $F \cdot a\sqrt{2} > mg \frac{a}{2} \Rightarrow F > \frac{mg}{2\sqrt{2}}$.



Кроме того, чтобы кубик не начал скользить по поверхности до начала переворота, должно быть выполнено требование

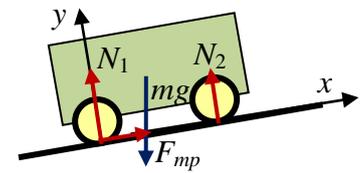
$F \frac{1}{\sqrt{2}} \leq \mu \left(mg - F \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \Rightarrow F \leq \frac{mg}{\sqrt{2}}$. Оба этих условия могут быть выполнены одновременно, так

что описанное в вопросе вращение возможно. Минимальная величина силы, которая необходима для его начала, должна быть чуть больше $F_c = \frac{mg}{2\sqrt{2}}$.

Максимальная оценка за вопрос: 5 технических баллов.

Решение задачи: Рассмотрим сначала случай, когда тележка въезжает на склон с «нижними»

ведущими колесами. Если тележка едет вверх с постоянной скоростью, сумма всех проекций приложенных к ней сил и сумма моментов сил равны нулю. На нее действуют: сила тяжести, сила нормальной реакции двух пар колес, сила трения ведущей пары колес. Следовательно, должны выполняться соотношения (используем систему координат, показанную на



рисунке): $\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{mp} = mg \sin(\alpha)$, $\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 + N_2 = mg \cos(\alpha)$ и правило моментов относительно оси, проходящей через точки опоры ведущих колес: $+N_2 L - mg \left(\frac{L}{2} \cos(\alpha) - h \sin(\alpha) \right) = 0 \Rightarrow N_2 = \frac{mg}{2} \left(\cos(\alpha) - \frac{2h}{L} \sin(\alpha) \right)$. С учетом второго уравнения найдем, что $N_1 = \frac{mg}{2} \left(\cos(\alpha) + \frac{2h}{L} \sin(\alpha) \right)$. Как видно, нижние колеса нагружены

больше верхних. Начало проскальзывания ведущих колес соответствует $F_{mp} = \mu N_1$, поэтому

$$mg \sin(\alpha_1) = \mu \frac{mg}{2} \left(\cos(\alpha_1) + \frac{2h}{L} \sin(\alpha_1) \right) \Rightarrow \mu = \frac{2L \sin(\alpha_1)}{L \cos(\alpha_1) + 2h \sin(\alpha_1)} = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} = \sqrt{3} - 1 \approx 0,73.$$

Если ведущие колеса будут спереди, то распределение сил нормальной реакции останется таким же, но условие отсутствия проскальзывания $F_{mp} \leq \mu N_2$ выполняется при

$$mg \sin(\alpha) \leq \mu \frac{mg}{2} \left(\cos(\alpha) - \frac{2h}{L} \sin(\alpha) \right) \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha) \leq \frac{\mu L}{2(L + \mu h)} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}.$$

Значит, теперь максимальный угол наклона, на который тележка сможет въехать без проскальзывания, уменьшится: $\alpha_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \right) = 15^\circ$. Если заменить покрышки на другие, с

лучшим сцеплением, то максимальный угол движения без проскальзывания может быть достигнут, естественно, при подъеме первым способом (ведущие колеса внизу), при котором должно быть

$$mg \sin(\alpha) \leq \mu \frac{mg}{2} \left(\cos(\alpha) + \frac{2h}{L} \sin(\alpha) \right) \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha) \leq \frac{\mu L}{2(L - \mu h)} \Big|_{\mu=1} = 1 \Rightarrow \alpha \leq 45^\circ.$$

Значит, при $\mu > 1$ угол, при котором начнется проскальзывание, больше 45° . Однако в этом случае нужно также проверить, что тележка не будет опрокидываться, то есть что $N_2 \geq 0$ (передние колеса не отрываются от поверхности). Как видно из формулы для N_2 , это выполняется при $\cos(\alpha) - \frac{2h}{L} \sin(\alpha) \geq 0 \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha) \leq \frac{L}{2h} = 1 \Rightarrow \alpha \leq 45^\circ$, независимо от коэффициента трения.

Ответ: $\mu = \frac{2L \sin(\alpha_1)}{L \cos(\alpha_1) + 2h \sin(\alpha_1)} = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} = \sqrt{3} - 1 \approx 0,73$, при движении ведущими колесами

вперед тележка может въехать на склон с углом наклона не более

$\alpha_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\mu L}{2(L + \mu h)} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \right) = 15^\circ$, при замене покрышек на имеющие коэффициент

трения $\mu > 1$ максимальный угол наклона возрастает до $\alpha_3 = \operatorname{arctg} \left(\frac{L}{2h} \right) = 45^\circ$.

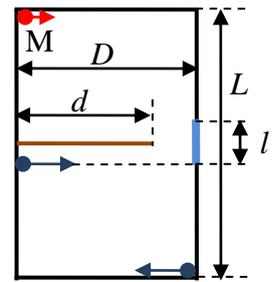
Максимальная оценка за решение задачи: 20 технических баллов.

Задание 4:

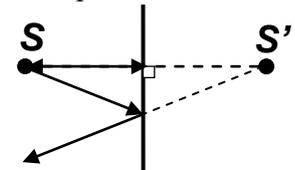
Вопрос: Как построить изображение светящейся точки в плоском зеркале?

Задача: Робот «Мотылек» (М) ищет вокруг себя светящиеся объекты и едет к первому из тех,

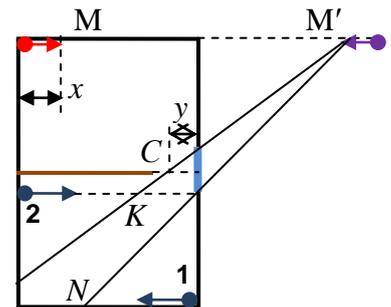
которые «увидел». Если он «увидит» одновременно два или более светящихся объекта, он выбирает себе цель случайным образом. М находится в углу зала размером $D \times L = 8 \times 12$ м. Посередине зал разгорожен непрозрачной ширмой шириной $d = 6$ м, а точно напротив ширмы на стене висит зеркало шириной $l = 2$ м (см. схему). Две лампочки на платформах располагаются за ширмой от М: одна – в противоположном углу, другая – у стенки напротив края зеркала. В некоторый момент времени М начинает двигаться вдоль стены с постоянной скоростью $v = 0,4$ м/с, а обе лампочки – вдоль параллельных прямых с одинаковыми скоростями $u = 2,5$ м/с. Можно ли определить, какую из лампочек М начнет преследовать?



Ответ на вопрос: Лучи, идущие от светящейся точки, отражаются от поверхности плоского зеркала таким образом, что в плоскости хода лучей угол падения равен углу отражения. Как видно из построения, продолжения отраженных лучей пересекаются в точке, лежащей за зеркалом на перпендикуляре к его плоскости на расстоянии, равном расстоянию от источника света. Таким образом, мнимое изображение точечного источника располагается симметрично источнику относительно плоскости зеркала. Максимальная оценка за вопрос: 5 технических баллов.



Решение задачи: Для того, чтобы лучи света от лампочки попали на фотоэлементы «Мотылька» после отражения от зеркала, они до отражения должны идти в точку М', симметричную М относительно зеркала. Пусть М сместился от начального положения на расстояние x м. Тогда М' сместилась на это же расстояние в противоположную сторону, поэтому область, которую «видит» М через зеркало, находится между прямыми, проведенными из М' через края зеркала (см. рисунок). Нам нужно определить время, за которое каждая из лампочек попадет в эту область. Для лампочки №1: поскольку М' движется со скоростью v , то край области «видимости» - точка N движется навстречу 1 со скоростью $v_1 = \frac{L-l}{L+l}v = \frac{2}{7}$ м/с. Начальное расстояние между N



и 1 равно $s_1 = \frac{L-l}{L+l}D = \frac{40}{7}$ м, поэтому момент времени, в

который М увидит лампочку №1 соответствует $t_1 = \frac{s_1}{v_1 + u} = \frac{80}{39}$ с. Для лампочки №2 область

видимости может быть ограничена по двум причинам: световой луч от лампочки должен отражаться от зеркала и по дороге к зеркалу не должен пересекать ширму. Пусть точка К – пересечение прямой из М', проходящей через край зеркала, и линии движения 2. Эта точка удаляется от 2 со скоростью $v_2 = \frac{2l}{L-l}v = \frac{4}{25}$ м/с, а начальное расстояние между ними

$s_2 = D - \frac{2l}{L-l}D = \frac{L-3l}{L-l}D = \frac{24}{5}$ м, поэтому 2 «догонит» К за время $t_2 = \frac{s_2}{u - v_2} = \frac{80}{39}$ с, и это

время в точности равняется t_1 ! При этом точка С – точка пересечения луча КМ' с плоскостью

ширмы находится от стены на расстоянии $y = \frac{l}{L-l}(D - vt_2) = \frac{56}{39}$ м < 2 м, то есть в этот момент

ширма не мешает М «видеть» лампочку №2 в зеркале. Итак, мы обнаружили, что М «увидит» обе лампочки одновременно, и поэтому он выберет цель случайным образом. Значит, невозможно определить, какую из лампочек М начнет преследовать.

Примечание: в вычислениях скоростей и расстояний использовались свойства подобных треугольников.

Ответ: определить, какую из лампочек М начнет преследовать, невозможно, так как обе лампочки он «увидит» одновременно, спустя время $t_1 = t_2 = \frac{80}{39}$ с после начала движения.

Максимальная оценка за решение задачи: 20 технических баллов.

Максимальная сумма технических баллов за работу на теоретическом туре: 100.