

10-11 классы

1. Найдите наименьший натуральный корень уравнения $2\sin\frac{\pi x}{12} + 4\cos\frac{\pi x}{6} = 3$.

2. $x = 1$ является одним из корней уравнения $a|x-5|+2a=9$ (a – параметр), найдите другой корень этого уравнения.

3. Определите все точки графика функции $y = \frac{16+4x^2}{x^2}$, имеющие целочисленные координаты и лежащие выше прямой $y = 5$.

4. Точка пересечения диагоналей трапеции делит диагональ в отношении 2 : 3. Трапеция разделена диагоналями на четыре части, найдите отношение площади наименьшей из получившихся частей к площади всей трапеции.

5. Определите количество натуральных решений $(x; y)$ уравнения $x \cdot y + y = 2x + 2018$.

6. В квадрат $ABCD$ вписан круг. В каждом из углов ABC , BCD , CDA , DAB квадрата размещена система бесконечного числа кругов. Первый из кругов каждой системы касается круга, вписанного в квадрат, и сторон соответствующего угла, каждый следующий касается предыдущего и сторон соответствующего угла. Найдите отношение суммы площадей всех кругов, в том числе вписанного в квадрат, к площади квадрата.

7. Решите относительно переменной x , для всех значений параметра a , систему неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 - 6x + 4 - a \leq 0; \\ x^2 - 6x + 5 + a < 0. \end{cases}$$

8. В стране Липляндия 10 000 городов. Некоторые города соединены дорогами, причем вне городов дороги не пересекаются. Из каждого города в каждый можно добраться одним единственным способом, причем проехав при этом менее чем через 2016 городов. Какое минимальное число дорог между некоторыми парами городов нужно построить, чтобы из каждого города в каждый можно было гарантированно добраться, проехав при этом не более чем через 2014 городов? Вновь построенные дороги также вне городов не пересекаются.