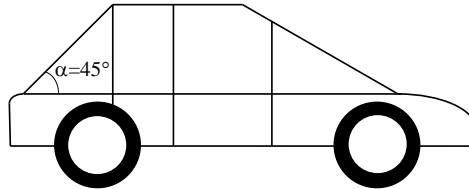


Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

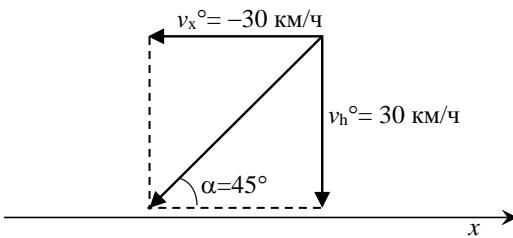
8-9 класс

Задание 1. (20 баллов) Автомобиль, схематично изображённый на рисунке, попал под дождь. Разогнавшись до скорости 30 км/час, водитель замечает, что заднее стекло постепенно высыхает, и там не появляется новых капель, хотя дождь идёт с прежней силой. Ветра нет. Какова скорость падения капель на землю?



Решение

Если ветра нет, то горизонтальная компонента скорости капель относительно автомобиля равна скорости его движения с противоположным знаком, то есть -30 км/ч. (4 балла). С учётом падения на землю, скорость капель – это вектор, показанный на рисунке (8 баллов):



Теперь, скорость падения капель на землю:

$$v_n = v_x \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = 1 \cdot (30 \text{ км/ч}) = 30 \text{ км/ч} = 8\frac{1}{3} \text{ м/с}$$

(за расчётную формулу - 4 балла)

Ответ: Скорость падения капель равна $30 \text{ км/ч} = 8\frac{1}{3} \text{ м/с}$ (за правильный ответ - 4 балла)

Задание 2. (20 баллов) Математический маятник длиной $L=5F$ совершает колебания в плоскости собирающей линзы так, что главная оптическая ось линзы принадлежит плоскости колебания. Равновесное положение колеблющегося тела располагается на главной оптической оси линзы на расстоянии $d=1.5 F$. Постройте изображения положений максимума потенциальной энергии этого маятника, если известно, что амплитуда колебаний составляет F . (подсказка: при построении примите фокус равным 4 клеткам)

Решение

Заметим, что максимумы потенциальной энергии соответствуют точкам наибольшего отклонения маятника (3 балла). Определим расстояния до линзы для каждой из этих точек, зная амплитуду колебания $d_1=1.5F-F=0.5F$, $d_2=1.5F+F=2.5F$. (3 балла). С помощью известных геометрических соотношений, рассмотрев прямоугольный треугольник с катетами $5F-h$ и F , а также гипотенузой $5F$, найдем высоту положения максимума потенциальной энергии $h = F(5-\sqrt{24})$ ИЛИ получим высоту построением, с помощью циркуля и линейки. (8 баллов) Построим изображения одинакового по высоте предмета, находящегося на расстоянии $0.5F$ и $2.5F$ от линзы (6 баллов)

Примечание: если участник построил правильное изображение двух равных предметов, находящихся на указанных расстояниях от собирающей линзы, оценивать рисунок в 15 баллов.

Задание 3. (20 баллов). Однородную проволоку согнули под прямым углом и подвесили за конец короткого участка. Найти угол, который образует короткая сторона с вертикалью. Длины сторон угла: $1/4L$ и $3/4L$.

Решение



Заметим, что на вертикальной линии, проходящий через конец короткого участка, окажется центр тяжести тела. **(5 баллов)** Введем координатные оси – ось Y вдоль короткого конца, ось X – вдоль длинного. Тогда центры тяжести каждого из концов прута будут иметь координаты $A(0; L/8)$ – для короткого, $B(3L/8; 0)$ – для длинного. **(2 балла)** С помощью метода разбиений получим координаты центра тяжести тела

$$X_c = (L/4 \cdot 0 + 3L/8 \cdot 3L/4) / L = 9L/32 \text{ (4 балла)}$$

$$Y_c = (3L/4 \cdot 0 + L/8 \cdot L/4) / L = L/32 \text{ (4 балла)}$$

Заметим, что стороны, имеющие длины X_c и $L/4 - Y_c$ образуют прямоугольный треугольник с искомым углом α . Теперь остается только найти его тангенс **$\text{tg } \alpha = X_c / (L/4 - Y_c)$ (5 баллов)**

Задание 4. (20 баллов) Метеорит, имеющий радиус $R = 0.5$ см, падает на поверхность озера, покрытую чистым льдом. Его обнаруживают в толще льда, на глубине $H = 60$ см от поверхности. Какова минимально возможная теплоёмкость единицы объёма этого метеорита, если его температура при падении составляла 1000°C , тогда как температура льда была равной -20°C ? Использовать следующие значения характеристик льда: удельная теплоёмкость 2110 Дж/(кг·К); удельная теплота плавления 333500 Дж/(кг·К).

Решение

1. Для того, чтобы быть обнаруженным на глубине $H = 60$ см в толще льда, метеорит должен был, после падения на поверхность, «проплыть» цилиндрический канал объёмом

$$V = \pi R^2 \cdot H \text{ (5 баллов).}$$

2. В этом канале, лёд должен был нагреться до 0°C ($\Delta T = 20^\circ\text{C}$, **2 балла**), а затем и расплавиться. На это потребовалась энергия

$$E = \rho V \cdot (c_{\text{льда}} \cdot \Delta T + \lambda_{\text{льда}}) \text{ (3 балла),}$$

где $c_{\text{льда}}$, $\lambda_{\text{льда}}$ - массовые удельные теплоёмкость и теплота плавления.

3. Минимально возможной теплоёмкости метеорита соответствует идеальный процесс, в котором метеорит охладился до 0 °С ($\Delta T_{\text{метеорита}} = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$), а вся его внутренняя энергия пошла на расплавление льда в канале. Тогда

$$E = c_v V_{\text{метеорита}} \cdot \Delta T_{\text{метеорита}} \quad (5 \text{ баллов}),$$

где c_v - искомая минимально возможная теплоёмкость единицы объёма.

Отметим, что

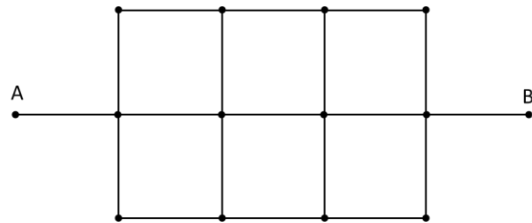
$$V_{\text{метеорита}} = \frac{4}{3} \pi R^3. \quad (2 \text{ балла})$$

Соответственно,

$$c_v = \frac{\rho_{\text{льда}} V_{\text{канала}} \cdot (c_{\text{льда}} \cdot \Delta T_{\text{льда}} + \lambda_{\text{льда}})}{V_{\text{метеорита}} \cdot \Delta T_{\text{метеорита}}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{H}{R} \cdot \rho_{\text{льда}} \cdot \frac{(c_{\text{льда}} \cdot \Delta T_{\text{льда}} + \lambda_{\text{льда}})}{\Delta T_{\text{метеорита}}} = 3.10 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \text{К}} \quad (3 \text{ балла}).$$

Ответ: $c_v = 3.10 \cdot 10^7 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$

Задание 5. (20 баллов) В электрической схеме изображённой на рисунке, найти электрическое сопротивление между выводами А и В? Проводники изготовлены из алюминиевой проволоки одинаковой длины ($L=5 \text{ см}$) и диаметром ($d=2 \text{ мм}$). Удельное сопротивление проволоки $\rho_{Al} = 0,027 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$.



Пример решения

Для нахождения электрического сопротивления R_{AB} , представим исходную схему в виде эквивалентной схемы замещения. Для этого каждый отрезок проволоки заменим его электрическим сопротивлением R . Из условия известно, что все отрезки проволоки, между узлами, имеют одинаковые геометрические размеры и выполнены из однородного материала, следовательно, электрическое сопротивление всех отрезков одинаковы.

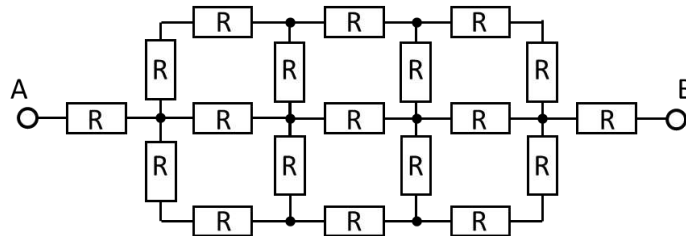


Рис. 1.

Для нахождения электрического сопротивления R_{AB} , достаточно найти электрическое сопротивление отдельного отрезка и эквивалентное сопротивление схемы (Рис.1.).

Произведём расчет электрического сопротивления отдельного отрезка. Воспользуемся формулой:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Где, R – электрическое сопротивление проводника; ρ – удельное электрическое сопротивление, l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения.

Из параметров данных в условии задачи находим площадь поперечного сечения S и электрическое сопротивление отдельного отрезка.

$$S = \frac{\pi * d^2}{4} \cong 3,14 \text{ мм}^2$$

$$R = \frac{0,027 * 0,05}{3,14} \cong 1,37 * 10^{-4} \text{ Ом}$$

Производим расчет эквивалентного сопротивления схем.

Обратив внимание на симметричность схемы относительно выводов АВ производим ее упрощение, поскольку токи в верхних и нижних ветвях одинаковые следовательно сопротивления с этих ветвях параллельны (рис.2). Введем обозначение всех узлов в схеме.

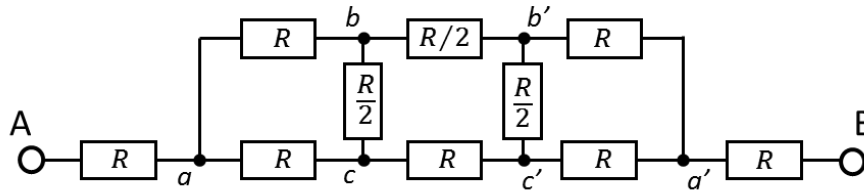


Рис. 2.

Для дальнейшего упрощения воспользуемся схемой и формулами преобразования соединения сопротивлений «треугольник» в соединении сопротивлений «звезда» рис.3.

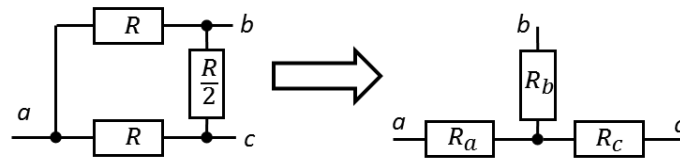


Рис.3.

Из формул преобразования вычислим сопротивления R_a, R_b, R_c .

$$R_a = \frac{R * R}{R + R + \frac{R}{2}} = \frac{2R}{5}$$

$$R_b = R_c = \frac{\frac{R * R}{2}}{R + R + \frac{R}{2}} = \frac{R}{5}$$

Заменим соединения сопротивлений «треугольником» abc и $a'b'c'$ (рис.2) на соединения «звездой» с учетом рассчитанных сопротивлений R_a, R_b, R_c рис.4.

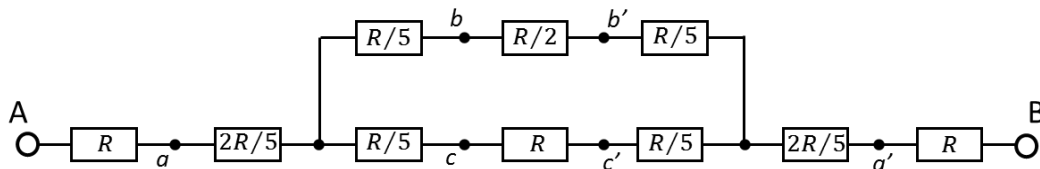


Рис.4.

Получившаяся схема представляет последовательное и параллельное соединение сопротивлений. При последовательном соединении складываем сопротивления, при параллельном соединении складываем проводимости.

В результате получаем

$$R_{AB} = 3,35R = 4,59 * 10^{-4} \text{ Ом}$$

Ответ: $R_{AB} = 4,59 * 10^{-4} \text{ Ом}$

Критерии оценивания, максимальный балл за задание 20.

- приведена формула расчета электрического сопротивления однородного проводника постоянного сечения – 4 балла;
- сделано предположение о симметрии электрической цепи – 4 балла;
- составлена эквивалентная схема цепи с учетом её симметрии – 4 балла;
- приведена (использована) формула расчета последовательного соединения сопротивлений – 2 балла;

- приведена (использована) формула расчета параллельного соединения сопротивлений – 2 балла;
- приведена формула и сделано преобразование соединения сопротивлений «треугольник→звезда» – 2 балла;
- получена итоговая формула и ответ – 2 балла.