

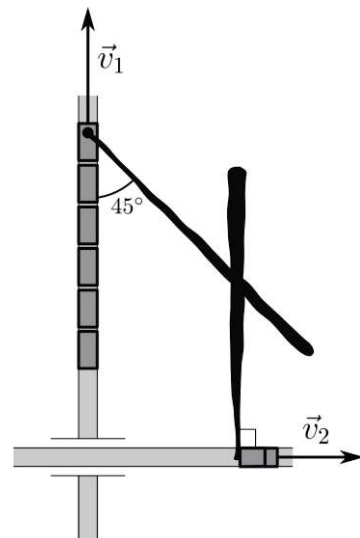
**Многопрофильная олимпиада школьников Уральского федерального университета
«Изумруд»
2016-2017 учебный год**

**ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА ПО ФИЗИКЕ**

Время выполнения заданий – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

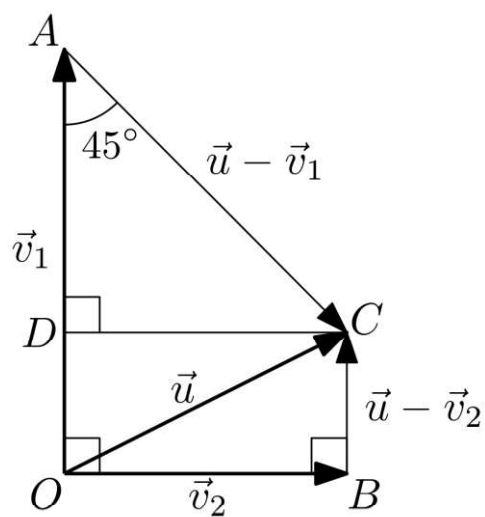
Задание 1: Дым по ветру (30 баллов)

Тепловоз и старый грузовик движутся по рельсам и автомобильной дороге, пересекающимися под прямым углом, оставляя за собой дымовой шлейф, как показано на рисунке (вид сверху). Скорость тепловоза — v_1 , грузовика — v_2 . Найдите скорость ветра, приводящего к сносу дымовых шлейфов. Каким должно быть соотношение между скоростями тепловоза и грузовика?



Решение

Обозначим скорость ветра за u . Рассмотрим момент, когда грузовик проезжает переезд, дымовой шлейф грузовика в этот момент совпадает с линией железнодорожных путей. Положение точки пересечения шлейфов в тот момент совпадает с положением тепловоза (обозначим его O). Рассмотрим перемещение шлейфов за единичный промежуток времени. Тепловоз переместится в точку A , шлейф от грузовика сместится вправо на v_2 , оставаясь параллельным железнодорожным путям, а точка пересечения шлейфов под действием ветра сместится из O в положение C на u (см. рисунок). Дымовые шлейфы будут расположены вдоль отрезков AC и CB . Пользуясь геометрическими соображениями, найдём u .



В треугольнике ADC сторона DC равна v_2 , т. к. $ODCB$ — прямоугольник. Поскольку один из углов в прямоугольном треугольнике ADC равен 45° , этот треугольник равнобедренный и $AD = DC = v_2$. Тогда отрезок OD равен $v_1 - v_2$. Теперь применим теорему Пифагора к прямоугольному треугольнику ODC : $OC^2 = OD^2 + DC^2$; $u^2 = (v_1 - v_2)^2 + v_2^2$. Отсюда $u = \sqrt{(v_1 - v_2)^2 + v_2^2}$. Очевидно, чтобы данное построение было возможным, должно выполняться условие $v_1 > v_2$

Ответ: $u = \sqrt{(v_1 - v_2)^2 + v_2^2}$, $v_1 > v_2$.

Критерий	Баллы
Рассмотрено перемещение точки пересечения шлейфов	10
Сделан рисунок, позволяющий найти скорость ветра	10
Получено выражение для скорости ветра	5
Получено соотношение скоростей	5

Задание 2: Труба в печи (25 баллов)

Однородную трубу из металла нагревают в индукционной печи в вертикальном положении от температуры T_0 до T_1 . Как потратить меньше тепла - подвесив её на нерастяжимой нити или поставив на жесткий пол в печи? Температуру в печи при нагреве считать одинаковой во всех точках.

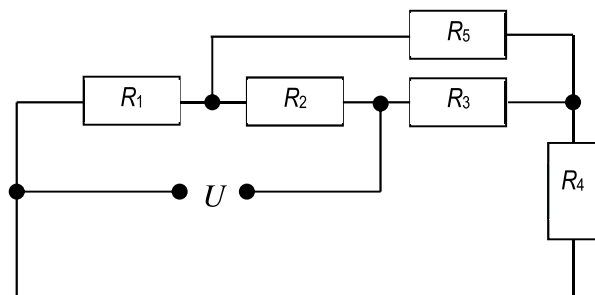
Решение:

При нагревании труба расширяется, увеличивается ее длина. Если труба подвешена на нити, ее центр тяжести опускается, если поставлена на пол – поднимается, поэтому в первом случае потребуется меньше энергии на нагрев. Помимо теплового расширения трубы, в процессе нагрева возникает ряд физических явлений, которые в той или иной степени влияют на ответ. Пол в печи может деформироваться, что скажется и на движении центра тяжести трубы. Может изменяться длина нити, причем не обязательно в сторону увеличения. Конвекцию воздуха в печи следует исключить, так как в условии указано, что температура в любой точке одинакова. В любом случае разница в энергии между двумя вариантами нагрева оказывается незначительной.

Критерий	Баллы
Указаны физические явления, влияющие на процесс нагрева	10
Определено, ведут они к дополнительным затратам энергии, или нет	10
Показана разница между двумя способами нагрева трубы	5

Задание 3. Неделимый делитель (25 баллов)

Найдите силу тока, текущего через сопротивление R_5 , если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_5 = 3 \text{ Ом}$, $U = 12 \text{ В}$. Найдите также общее сопротивление цепи.

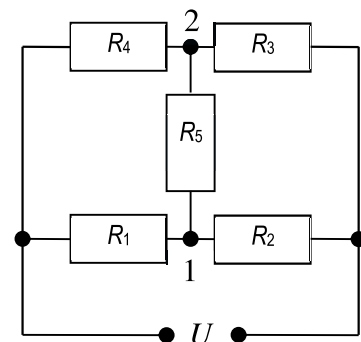


Решение

Решение задачи следует начать с составления эквивалентной схемы, которая приведена на рисунке справа.

Получившаяся эквивалентная схема представляет собой мостовую схему, состоящую из одинаковых резисторов с сопротивлением $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10 \text{ Ом}$. Поскольку схема симметрична, то очевидно, что разность потенциалов между точками 1 и 2 будет равна нулю, поэтому ток через резистор R_5 также будет равен нулю.

В виду отсутствия протекания тока через резистор R_5 для определения полного сопротивления цепи мы можем использовать формулу для сопротивления двух параллельных цепочек резисторов, причем каждая цепочка состоит из двух одинаковых последовательно расположенных резисторов R .

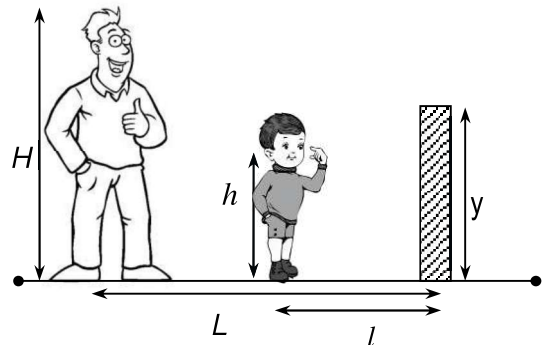


Таким образом, сопротивление будет равно: $R_{\text{общ}} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R = 10 \text{ Ом}$.

Критерий	Баллы
Составлена эквивалентная схема	10
Установлена нулевая разность потенциалов 1-2	5
Определен ток через резистор	5
Подсчитано общее сопротивление	5

Задание 4: Низкое зеркало (20 баллов)

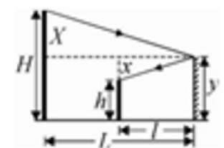
Отец с сыном стоят напротив плоского зеркала, закрепленного на вертикальной стене, причем нижний край зеркала находится у пола. Расстояние от зеркала до сына $l = 3$ м, а расстояние от зеркала до его отца $L = 6$ м. На каком минимальном расстоянии y от пола должен находиться верхний край зеркала, чтобы сын мог видеть в зеркале отца в полный рост? Расстояние от пола до уровня глаз сына $h = 1.2$ м, рост отца $H = 1.8$ м. Ответ приведите в метрах, округлив до одного знака после запятой.



Решение

Ход луча света, идущего от верхней части головы отца и попадающего в глаз сыну, показан на рисунке справа.

С учетом закона отражения, из подобия изображенных на рисунке треугольников следует равенство



$$\frac{X}{L} = \frac{x}{l}.$$

Кроме того, справедливы соотношения $H - X = h + x = y$. Решая записанную систему уравнений, находим

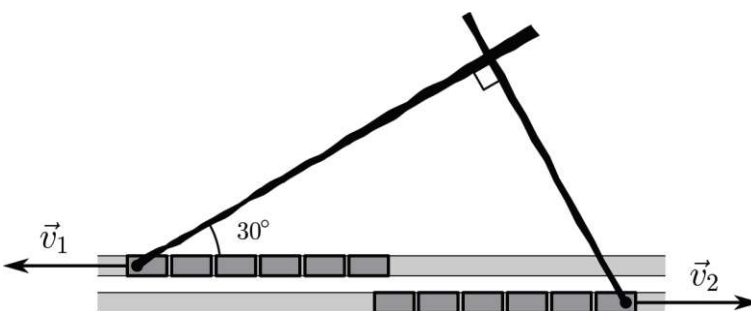
$$y = \frac{Hl + hL}{L + l} = 1.4 \text{ м.}$$

Критерий	Баллы
представлен верный чертёж	5
Рассмотрены подобные треугольники	5
составлена система уравнений	5
получено верное численное решение	5

Время выполнения заданий – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

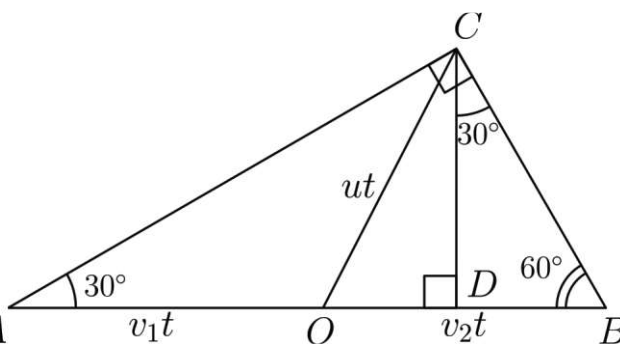
Задание 1: Дым по ветру (30 баллов)

Найдите скорость ветра по рисунку (вид сверху), на котором представлены два дымовых шлейфа от встречных тепловозов, движущихся со скоростями $v_1=60$ км/ч и $v_2=40$ км/ч по прямолинейному участку пути в направлении, указанном стрелками. Расстоянием между путями пренебречь.



Решение

Обозначим скорость ветра за u . Рассмотрим точку встречи тепловозов O . За время t первый и второй тепловозы переместятся в точки A и B соответственно, а точка пересечения шлейфов под действием ветра сместится в положение C (см. рисунок). Отрезки AO , BO и CO равны v_1t , v_2t и ut . Дымовые шлейфы будут параллельны отрезкам AC и CB . Пользуясь геометрическими соображениями, найдём длину отрезка CO .



В прямоугольном треугольнике ABC напротив угла в 30° лежит катет CB , равный половине длине гипотенузы: $CB = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)t$; угол $\angle B$ равен 60° . Проведём в треугольнике ABC высоту CD . В прямоугольном треугольнике CDB острые углы равны 60 и 30° , найдём его катеты. Лежащий против угла в 30° катет DB равен половине гипотенузы CB , т. е. $\frac{1}{4}(v_1 + v_2)t$; катет DC найдём с помощью теоремы Пифагора

$$DC = \sqrt{CB^2 - DB^2} = \sqrt{\frac{3}{16}(v_1 + v_2)^2 t^2}.$$

Наконец, из прямоугольного треугольника ODC можно найти искомый отрезок CO : $CO = \sqrt{OD^2 + DC^2}$; $OD = BO - DB = \frac{3}{4}v_2t - \frac{1}{4}v_1t$.

$$CO = ut = \sqrt{\left(\frac{3}{4}v_2 - \frac{1}{4}v_1\right)^2 t^2 + \frac{3}{16}(v_1 + v_2)^2 t^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(v_1^2 + 3v_2^2)t^2}.$$

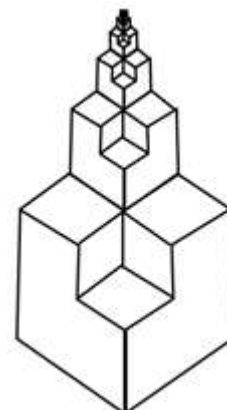
Следовательно, скорость ветра $u = \frac{1}{2}\sqrt{(v_1^2 + 3v_2^2)} = 46$ км/ч.

Критерий	Баллы
Рассмотрено перемещение точки пересечения шлейфов	10
Сделан рисунок, позволяющий найти скорость ветра	10

Получено выражение для скорости ветра	5
Получен численный ответ	5

Задание 2: Конкурс ледяных скульптур (30 баллов)

Мастер Вася серьезно подготовился к конкурсу ледяных скульптур: взял ледяной куб со стороной $L = 1$ м и вырезал из его угла куб со в два раза меньшей стороной. С вырезанным кубиком он повторил ту же процедуру, и так далее. Седьмой кубик показался ему слишком маленьким, и он его просто выкинул. Далее он охладил 1-ю, 3-ю и 5-ю детали до $T_1 = -50^\circ\text{C}$, а 2-ю, 4-ю и 6-ю – до $T_2 = -15^\circ\text{C}$, и собрал из них свою скульптуру. Определите установившуюся температуру Васиной скульптуры, которая, несомненно, завоюет первый приз. Теплопотерями можно пренебречь.



Решение

Данных в задаче достаточно для того, чтобы найти объёмы всех деталей, после чего написать уравнение теплового баланса и получить ответ. Однако, этого можно и не делать, увидев определённые закономерности в условии задачи.

Обозначим массу первой детальки за m . Заметим: каждая следующая деталька имеет объём ровно в восемь раз меньший, чем предыдущая. Следовательно, масса соседних детальек также отличается в 8 раз; в частности, масса второй детальки равняется $m/8$. Разобьём теперь детальки на пары: 1я со 2й, 3я с 4й, 5я с 6й. В каждой паре большая деталька имеет температуру $T_1 = -50^\circ\text{C}$, а меньшая - $T_2 = -15^\circ\text{C}$, а массы их отличаются в восемь раз. Следовательно, установившаяся температура будет одна и та же в каждой такой паре, и будет равняться установившейся температуре всей скульптуры. Выразим указанную температуру, что и будет ответом задачи:

Здесь мы сразу сократили множитель удельной теплоёмкости льда в уравнении теплового баланса, т.к. он встречается в каждом слагаемом.

Ответ: Установившаяся температура Васиной скульптуры будет равняться -46°C .

Критерий	Баллы
Простой вариант	
Догадка о принципе попарного разбиения	10
Уравнение попарного теплового баланса	10
Получение верного числового ответа	10
Длинный вариант	
Уравнение теплового баланса	10
Связь стороны сегмента с его объемом	5
Связь объема сегмента с его тепловой энергией	5
Получение числового ответа	10

Задание 3: Кольцо из проволоки (20 баллов)

Из куска проволоки с сопротивлением 5 Ом изготовлено кольцо. В каком отношении по длине должны делить окружность точки подключения проводов, чтобы сопротивление между ними оказалось равным 1 Ом?

Решение:

Физика 8 класс

Точки подключения назовем А и В, они делят окружность на две части. Сопротивление одной из частей обозначим R_1 , а другой – R_2 . По формуле параллельного соединения:

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

Причем

$$R_2 = R - R_1, \quad (2)$$

где $R = 5$ Ом.

Подставляя (2) в (1), и замечая, что $R = 5$ Ом, $R_{AB} = 1$ Ом, получаем уравнение:

$$R_1^2 - 5R_1 + 5 = 0 \quad (3)$$

Из (3) находим

$$R_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

Остается получить ответ:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} = 2,62 \quad (5)$$

Критерий	Баллы
Записана формула для параллельного соединения резисторов	5
Получено квадратное уравнение, аналогичное (3)	10
Получен верный численный ответ	5

Задание 4: Короткий луч (20 баллов)

Луч, исходящий из точки А, отражается от плоского зеркала в точке К и проходит в точку В. Докажите, что путь АКВ самый короткий из всех возможных путей от А к зеркалу и оттуда в точку В.

Решение:

Мы знаем, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно, т. е. скорейшим путем. Но свет избирает скорейший путь также и в том случае, когда не идет от одной точки к другой непосредственно, а достигает ее, предварительно отразившись от зеркала.

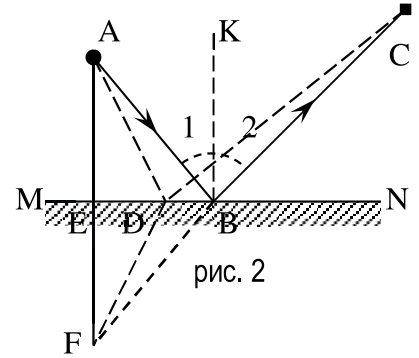
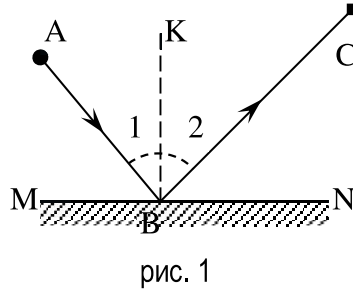
Проследим за его путем. Пусть буква А на рис. 1 обозначает источник света, линия MN — зеркало, а линия ABC — путь луча от свечи до глаза С. Прямая KB перпендикулярна к MN.

По законам оптики угол отражения 2 равен углу падения 1. Зная это, легко доказать, что из всех возможных путей от А к С, с попутным достижением зеркала MN, путь ABC — самый скорый. Для этого сравним путь луча ABC с каким-нибудь другим, например с ADC (рис. 2). Опустим перпендикуляр AE из точки А на MN и продолжим его далее до пересечения с продолжением луча BC в точке F. Соединим также точки F и D. Убедимся, прежде всего, в равенстве треугольников ABE и EBF. Они — прямоугольные, и у них общий катет EB; кроме того, углы EFB и EAB равны между собой, так как соответственно равны углам 2 и 1. Следовательно, AE = EF. Отсюда вытекает равенство прямоугольных треугольников AED и EDF по двум катетам и, следовательно, равенство AD и DF.

Ввиду этого мы можем путь ABC заменить равным ему путем CBF (так как AB = FB), а путь ADC — путем CDF. Сравнивая же между собой длины CBF и CDF, видим, что прямая линия CBF короче ломаной CDF. Отсюда путь ABC короче ADC, что и требовалось доказать!

Физика 8 класс

Где бы ни находилась точка D, путь ABC всегда будет короче пути ADC, если только угол отражения равен углу падения. Значит, свет действительно избирает самый короткий и самый скорый путь из всех возможных между источником, зеркалом и глазом. На это обстоятельство впервые указал еще Герон Александрийский, замечательный греческий механик и математик II века.



Критерий	Баллы
Законы оптики прямолинейного распространения/отражения света	5
Построен поясняющий рисунок	5
Доказано равенство некоторых треугольников и соответствующих отрезков	10