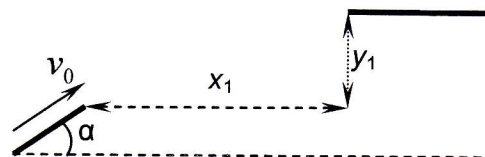


Время выполнения заданий – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1. (15 баллов)

Каскадер Максим готовит свой новый трюк: он хочет прыгнуть на машине с одной секции эстакады на другую. Известно, что тангенс угла наклона эстакады, с которой он прыгает, $\operatorname{tg} \alpha = 0.5$. Ему нужно приземлиться на другую, длинную секцию эстакады, которая удалена на $x_1 = 20$ метров и находится на высоте $y_1 = 5$ метров по отношению к точке отрыва. Считая скорость машины в момент прыжка постоянной, а также пренебрегая сопротивлением ветра и геометрическими размерами машины, рассчитайте минимальную скорость v_0 , которую Максиму необходимо иметь в точке отрыва от эстакады, чтобы удачно выполнить трюк. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Решение:

Уравнение траектории имеет вид:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

При минимально достаточной скорости траектория должна пройти через начало эстакады, имеющее координаты (x_1, y_1) относительно точки прыжка:

$$y_1 = x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx_1^2}{2v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

Нам необходимо выразить скорость:

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{gx_1^2}{x_1 \operatorname{tg} \alpha - y_1}}$$

Отсюда, по заданным в условиях задачи значениям, находим численный ответ для минимально необходимой начальной скорости:

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{10 \cdot 20^2}{20 \cdot 0.5 - 5}} = 20$$

Ответ: Минимально необходимая скорость $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Критерии оценки:

Баллы:

Определение критерия попадания на эстакаду

2

Вывод уравнения траектории

7 (запись без вывода 2)

Запись ответа для скорости в общем виде

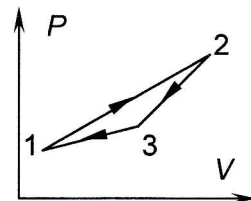
4

Запись численного ответа

2

Задание 2. (15 баллов)

На рисунке изображен циклический процесс 1–2–3–1, совершаемый идеальным газом. Коэффициент полезного действия цикла составляет 20%. Определите КПД цикла 1–2–4–1, если точка 4 лежит на продолжении отрезка, изображающего процесс 3–1, так, что точка 3 делит отрезок 1–4 в отношении 2:1.



Решение:

КПД по определению это

$$\eta = \frac{A}{Q},$$

где A - работа газа, Q - подведенное к нему тепло.

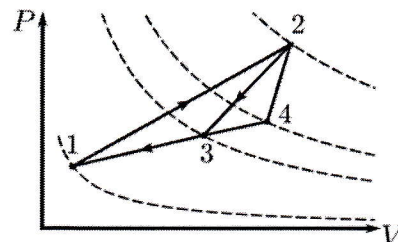
Работу в циклах 1–2–3–1 и 1–2–4–1 можно вычислить как площадь, ограниченную циклом, для краткости обозначим отрезки 1–2 и 1–3 как a и b соответственно, а угол между ними α , также величина связанные с циклом 1–2–3–1 будут носить индекс 1, с циклом 1–2–4–1 будут носить индекс 2:

$$A_1 = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin(\alpha), \quad A_2 = \frac{3}{4} a \cdot b \cdot \sin(\alpha).$$

Проведя изотермы через точки 1, 2, 3 и 4 мы увидим, что

$Q_1 = Q_2 T_1 < T_2 < T_3 < T_4$, это позволяет сделать вывод о том, что тепло подводилось только в процессе 1–2, следовательно .

Отсюда видим, что $\eta_2/\eta_1 = 3/2$, следовательно $\eta_2 = 30\%$.



Ответ: $\eta_2 = 30\%$.

Критерии оценки:

Баллы:

Указана формула для вычисления КПД и тот факт, что работа газа может быть вычислена как площадь под графиком

3

Найдены работы или соотношение между ними

6

Сделан и правильно обоснован вывод о том, что теплоты совпадают, получен ответ

6

Задание 3. (25 баллов)

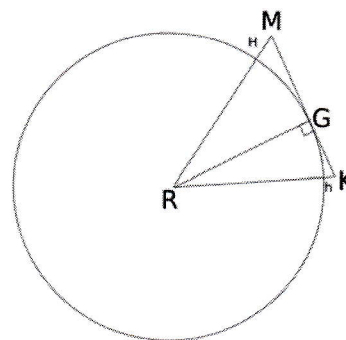
Грузовой корабль, двигаясь из открытого моря, попал в шторм на подходе к порту, дал течь, необходимо передать сигнал бедствия, сбросить ход и приступить к работам по обеспечению живучести судна. Стоя на капитанском мостике, капитан видит на краю горизонта мерцание портового маяка, при этом известно, что на самом деле он горит непрерывно и его высота над уровнем моря составляет 120 метров. Сигнал бедствия может быть передан только ручным прожектором, путем достаточно длинной, непрерывной последовательности сигналов. Определите, на какое расстояние нужно сблизиться с маяком для успешной передачи сигнала с капитанского мостика корабля и максимальную дистанцию, которую для этого нужно преодолеть, если высота волн составляет 5 метров, высота мостика 12 метров и корабль периодически испытывает крен в 30° . Как изменятся условия передачи сигнала, если поднять фонарь на мачту, на высоту 60 метров? Потребуется ли перемещение корабля в этом случае. Поверхность моря в

отсутствие шторма считать частью сферы диаметром 6400км, распространение световых лучей рассматривать в рамках геометрической оптики.

Решение:

Разделим решение на две части: понимание геометрии задачи и поиск численных значений.

Геометрия: Рассмотрим предельный случай, идеальная видимость, шторма нет, тогда условием передачи сигнала бедствия будет возможность прохождения прямого луча от капитанского мостика или верхушки мачты (точка **К**) к вершине маяка (точка **Н**). Обозначим высоту маяка H , высоту капитанского мостика h , тогда, проведя два отрезка из центра Земли (точка **Р**) к вершине маяка и капитанскому мостику (верхушке мачты), и соединив их третьим мы получим треугольник со сторонами $R+H$ и $R+h$, и высотой R , сходящимися в одной вершине (здесь R радиус Земли). В силу малости углов допустимо пренебречь кривизной морской поверхности и считать расстояние как длину стороны треугольника, противолежащую центру



Земли: $S = \sqrt{(R+H)^2 - R^2} + \sqrt{(R+h)^2 - R^2} = \sqrt{2RH + H^2} + \sqrt{2Rh + h^2}$,
в силу малости можно пренебречь слагаемыми H^2 и h^2 , тогда ответ примет вид: $S = \sqrt{2RH} + \sqrt{2Rh}$.

“Включаем шторм”. Угол крена судна обозначим как β , высоту волн как I . В силу необходимости передавать достаточно длинную, непрерывную последовательность сигналов, будем искать условия того, чтобы мостик корабля (верхушка мачты) всегда “видели” друг друга т.е. могли быть соединены прямолинейным лучом света. Геометрические построения будут аналогичными, но претерпят изменения соответствующие длины:

$$S' = \sqrt{(R+H)^2 - (R+l)^2} + \sqrt{(R+h \cdot \cos\beta)^2 - (R+l)^2} = \sqrt{2RH + H^2 - 2Rl - l^2} + \sqrt{2Rh \cdot \cos\beta + (h \cdot \cos\beta)^2 - 2Rl - l^2} \approx \sqrt{2RH - 2Rl} + \sqrt{2Rh \cdot \cos\beta - 2Rl}$$

Вычисление пути, подача сигнала с мостика, идеальный случай:

$$S = \sqrt{2RH} + \sqrt{2Rh} \approx 39.19 + 12.39 = 51.58 \text{ KM.}$$

ШТОРМ:

$$S' = \sqrt{2RH - 2Rl} + \sqrt{2Rh \cdot \cos\beta - 2Rl} \approx 38,36 + 8,31 = 46,67 \text{ km}$$

$$\Delta s = s - s' = 4.91 \text{ km}$$

Вычисление пути, подача сигнала с мачты, идеальный случай:

$$S_M = \sqrt{2RH} + \sqrt{2Rh} \approx 39.19 + 27.72 = 66.91 \text{ км.}$$

ШТОРМ:

$$S_M = \sqrt{2RH - 2RI} + \sqrt{2Rh \cdot \cos\beta - 2RI} \approx 38,36 + 24,52 = 62,88_{\text{KM}}$$

$$\Delta s_M = s_M - s_M^* = 4.03 \text{ km}$$

Ответ. Для успешной передачи сигнала бедствия с мостика корабля необходимо приблизиться к маяку на расстояние не менее чем $S^* = 46.67$ км, дистанция, которую необходимо преодолеть для сближения не превышает $\Delta S = 4.91$ км. Если поднять фонарь на мачту, капитан сможет передать сигнал беспрепятственно т.к. предельная дистанция передачи сигнала с мачты в шторм составляет $S_M^* = 62.88$ км, что превышает расстояние, на котором будет виден маяк с мостика в идеальных условиях $S = 51.58$ км.

Критерии оценки:

Баллы:

Геометрические построения для всех случаев

8

Нахождение максимального расстояния передачи сигнала в шторм

8 (без численного ответа 6)

Нахождение максимального расстояния, преодолев которое капитан сможет передать сигнал с мостика

6 (без численного ответа 4)

Нахождение максимального расстояния передачи сигнала в шторм при подъеме фонаря на мачту

3 (только численный ответ, либо вывод о целесообразности подъема)

Задание 4. (20 баллов)

Сварщик дядя Коля хочет приварить перила к металлическому пешеходному мосту через реку Исеть. Длина моста 70 метров. В его распоряжении есть источник тока, который он не может перемещать, а также набор электродов и два сварочных кабеля, причем длины одного из них достаточно только для того, чтобы дотянуться от источника до ближайшего края моста. На втором кабеле закреплен электрод, и его длины хватит на весь мост. Суммарное сопротивление двух кабелей, электрода и источника ЭДС составляет 15 Ом. Мост местами заржавел, что ухудшило электрическую проводимость, его линейное сопротивление составляет $\sigma = 0.1 \text{ Ом/м}$. Зная, что при большом сопротивлении в цепи дуга просто не загорится, Коля выставил на источнике тока максимальное напряжение $\varepsilon = 115 \text{ В}$ и начал приваривать перила с края моста, который был ближе к источнику тока. Считая, что процесс сварки и перила никак не изменяют линейное сопротивление моста, ответьте на вопрос, сколько метров перил сможет приварить Коля, прежде чем дуга перестанет загораться? Вольт-амперную характеристику участка цепи, где зажигается дуга, можно аппроксимировать следующей формулой: $U_{a-b} = A + \frac{B}{I}$, где $A=55 \text{ В}$, $B=45 \text{ В} \cdot \text{А}$.

Решение:

Пользуясь законом о том, что суммарное падение напряжения в контуре равно суммарной ЭДС, мы получаем равенство:

$$\varepsilon = IR + Ir + U_{a-b} = IR + Ir + A + \frac{B}{I}$$

Здесь R - суммарное сопротивление кабелей, источника и электрода, а r - сопротивление моста.

Составим уравнение для тока текущего в цепи:

$$I^2(R + r) + (A - \varepsilon)I + B = 0$$

Решая квадратное уравнение, получаем ответ для силы тока:

$$I_{1,2} = \frac{\varepsilon - A \pm \sqrt{(\varepsilon - A)^2 - 4B(R + r)}}{2(R + r)}$$

Решение для тока существует только если дискриминант:

$$D = (\varepsilon - A)^2 - 4B(R + r) \geq 0$$

Это дает нам условие, по которому можно определить максимальное суммарное сопротивление в цепи:

$$R + r = \frac{(\varepsilon - A)^2}{4B}$$

Пользуясь тем, что R не меняется, определим максимальное сопротивление моста:

$$15 + r = \frac{(115 - 55)^2}{4 \cdot 45} = 20$$

Отсюда $r = 5 \text{ Ом}$. Зная линейное сопротивление моста, рассчитаем длину перил, которые сможет приварить Коля:

$$l = \frac{r}{\sigma} = \frac{5}{0.1} = 50$$

Ответ. Получаем, что он сможет приварить 50 метров перил. Также возможен вариант ответа 100 метров перил, если считать, что они расположены по обе стороны моста. Оба ответа засчитываются как правильные.

Критерии оценки:

Баллы:

Запись уравнения для напряжений и ЭДС в цепи	6
Получено решение квадратного уравнения для тока в цепи	4
Записана формула и найдено максимальное суммарное сопротивление в цепи	6
Найдена длина перил, которую сварщик сможет приварить	4

Задание 5. (25 баллов)

Во всем мире сейчас крайне популярны гонки Дрэг-рейсинг, где участники состязаются на прямом, ровном участке дороги длиной в 402 метра по двум показателям: время преодоления дистанции и максимальная скорость на ней. Каскадер Максим решил принять участие в заезде на своем полноприводном автомобиле (все колёса ведущие) с мощным тяжелым двигателем под передним капотом. Межосевой дифференциал Максим заблокировал, поэтому передняя и задняя оси автомобиля вращались с одинаковой скоростью. При старте выяснилось, что колеса его автомобиля сильно буксуют, в результате он проиграл сопернику по обоим параметрам. Друг Максима одолжил ему два широких колеса, сказав, что это поможет, а менять все 4 колеса на широкие нет смысла. Максим установил колеса на одну из осей и сделал пробный заезд: к его удивлению ничего не изменилось! Тогда он переставил колеса на другую ось и проехался еще раз: в этот раз время прохождения дистанции сократилось, но максимальная скорость на ней практически не увеличилась.

Вопросы: на какую ось Максим устанавливал колеса в первый раз и почему? Почему в первый раз они не помогли ему улучшить время? Почему даже во втором варианте установки колес не изменилась максимальная скорость на дистанции?

Решение:

В первую очередь стоит отметить тот факт, что силой, которая толкает машину вперед, является сила трения колес относительно покрытия дороги. Она пропорциональна весу автомобиля. Вес распределяется между передней и задней осями с установленными на них колесами.

В момент старта гонщик ставит передачу, соответствующую максимально большому передаточному числу, таким образом момент, передаваемый к колесу от двигателя машины огромен и будет

значительно превышать максимально возможную при данном весе силу трения, тем самым колесо будет проскальзывать.

Не смотря на то, что в передней части автомобиля находится массивный двигатель, который оказывает давление на переднюю ось, прижимая колеса к асфальту и не давая им проскальзывать, при старте автомобиля вследствие действия закона сохранения момента импульса, практически весь вес автомобиля переходит на заднюю ось.

Не учтя этот факт, Максим поставил широкие колеса, которые увеличивали коэффициент сцепления с дорогой, на переднюю ось, где находится массивный двигатель, считая, что это даст ему преимущество.

Межосевой дифференциал был заблокирован, следовательно, передняя и задняя оси вращались с одинаковой скоростью, но передняя ось с широкими колесами практически не оказывала давление на дорогу, поскольку большая часть веса машины была сосредоточена на задней оси. Задняя ось, условия для которой никак не изменились, все также проскальзывала. Из-за этого увеличение ширины шины на передней оси никак не повлияло на время прохождения дистанции.

Когда Максим переставил колеса назад, они существенно улучшили сцепление с дорогой, сила трения увеличилась, а с ней выросло и ускорение автомобиля и тем самым он быстрее смог набрать свою максимальную скорость. По мере разгона автомобиля росло и увеличивалось сопротивление ветра, которое со временем сравнялось с тягой, которую развивает двигатель, тем самым прекратился разгон автомобиля. Поскольку мотор остался прежним, максимальная скорость не могла существенно измениться. Проскальзывание на таких скоростях не может сыграть решающей роли, поскольку, переключая передачи по мере разгона, гонщик уменьшает передаточное соотношение, а тем самым и момент, передаваемый колесам, поэтому улучшение сцепление с дорогой слабо влияет на максимальную скорость.

Критерии оценки:**Баллы:**

Утверждение, что силой,двигающей машину вперед является сила трения	6
Объяснение, почему вес при старте переходит на заднюю ось	7
Правильный и аргументированный ответ на вопрос о расположении колес в первом случае	5
Утверждение о том, что максимальная скорость будет зависеть от характеристик двигателя, а не от проскальзывания колеса	7