

9 класс

Вариант 1

1. Сколько и каких цифр понадобится для того, чтобы записать все натуральные числа от 1 до 10^{2017} включительно?
2. В угол вписаны три окружности — малая, средняя и большая. Большая окружность проходит через центр средней, а средняя — через центр малой. Определите радиусы средней и большой окружностей, если радиус меньшей равен r и расстояние от ее центра до вершины угла равно a .
3. Дано n положительных чисел a_1, a_2, \dots, a_n , таких, что

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n = 1.$$

Докажите, что

$$(1 + a_1) \cdot (1 + a_2) \cdot \dots \cdot (1 + a_n) \geq 2^n.$$

4. Рассмотрим игру “Морской бой” в квадрате 5×5 клеток. Какое наименьшее количество выстрелов надо произвести, чтобы гарантированно ранить корабль размером 1×4 клетки?
5. Пусть x — натуральное число. Решите уравнение

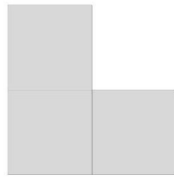
$$\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} \dots + \frac{1}{x} = 3.$$

9 класс

1. Сколькими нулями оканчивается произведение всех натуральных чисел от 1 до 2017 включительно?
2. На каждой медиане треугольника взята точка, делящая медиану в отношении $1 : 3$, считая от вершины. Во сколько раз площадь треугольника с вершинами в этих точках меньше площади исходного треугольника?
3. Докажите, что для любого натурального n

$$1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{n^3} < \frac{5}{4}.$$

4. Рассмотрим игру «Морской бой» в квадрате 6×6 клеток. Какое наименьшее количество выстрелов надо произвести, чтобы гарантированно ранить трехпалубный корабль в форме уголка?



5. В арифметической прогрессии сумма ее первых m членов равна сумме первых n членов ($m \neq n$). Чему равняется сумма ее первых $m + n$ членов?