

Задание 1. (20 баллов)

Даны шесть карандашей в виде одинаковых прямых круговых цилиндров. Расположите их в пространстве так, чтобы каждый карандаш имел общую граничную точку с любым другим карандашом.

Задание 2. (20 баллов)

Найдите наибольшее возможное значение отношения трехзначного числа к сумме его цифр.

Задание 3. (20 баллов)

В памяти суперкомпьютера находится строка чисел, бесконечная в обе стороны. В начальный момент одно число строки равно единице, а все остальные нули. За один шаг суперкомпьютер прибавляет к каждому из чисел строки сумму обоих соседних с ним чисел (все прибавления происходят одновременно). Получается такая последовательность строк:

Шаг 0: ... 0 0 0 0 1 0 0 0 0 ...
Шаг 1: ... 0 0 0 1 1 1 0 0 0 ...
Шаг 2: ... 0 0 1 2 3 2 1 0 0 ...
Шаг 3: ... 0 1 3 6 7 6 3 1 0 ...
...

Правда ли, что начиная со второго шага в каждой строке встретится хотя бы одно четное число? Ответ обосновать.

Задание 4. (20 баллов)

Можно ли выражение $1 + x^{2016}y^{2016}$ представить в виде произведения $f(x) \cdot g(y)$? Ответ обосновать.

Задание 5. (20 баллов)

Докажите, что если a и b — катеты, c — гипотенуза прямоугольного треугольника, то радиус окружности, вписанной в этот треугольник, можно найти по формуле

$$r = \frac{1}{2}(a + b - c).$$