

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
"Московский государственный университет информационных технологий,
радиотехники и электроники" (МИРЭА)

Олимпиада МИРЭА по математике 2015 г. (очный отборочный этап) 9-10 класс

1. Натуральные числа m и n таковы, что число $4m + 3n$ делится на 17. Какие остатки при делении на 17 могут быть у числа $m + 5n$?

2. Дан равносторонний треугольник ABC со стороной 24. На сторонах AB и AC взяты соответственно точки D и E так, что $AD = 5$ и $AE = 3$. На стороне BC взята точка F так, чтобы периметр треугольника DEF был минимальен. Найти этот периметр.

3. Решить уравнение $\left[\frac{6x+5}{8} \right] = \frac{15x-7}{5}$.

Напоминание. $[a]$ – целая часть числа, то есть наибольшее целое число, не превосходящее a . $\{a\}$ – дробная часть числа, причем $a = [a] + \{a\}$.

4. На плоскости расположено 50 точек. Известно, что из любых четырех точек три находятся на расстоянии не большем 1 см от четвертого. Доказать, что все точки находятся в круге радиуса 1 см.

5. Известно, что x, y, z – положительные решения системы

$$\begin{cases} x^2 + xy + \frac{y^2}{3} = 25 \\ x^2 + z^2 + xz = 9 \\ z^2 + \frac{y^2}{3} = 16 \end{cases} .$$

Найти значение выражения $\frac{xy + 2yz + 3xz}{\sqrt{3}}$.