

***Олимпиада МИРЭА по математике
для 9-10 классов 2015-2016***

основной тур

1. Лейтенант занимается с новобранцами строевой подготовкой. Придя на плац, он увидел, что все новобранцы построены в несколько рядов, причем число бойцов в каждом ряду одинаково и на 5 больше, чем число рядов. После окончания занятий лейтенант решил опять построить новобранцев, но не мог вспомнить, сколько было рядов. Тогда он приказал строиться так, чтобы рядов было столько, сколько ему лет. Оказалось, что во всех рядах бойцов опять поровну, но в каждом ряду их на 4 больше, чем при первоначальном способе построения. Сколько лет лейтенанту?

2. Пусть I – центр вписанной в треугольник ABC окружности. Доказать, что центр окружности, описанной около треугольника AIC , лежит на окружности, описанной около треугольника ABC .

3. Среди всех шестизначных натуральных чисел, цифры которых расположены в порядке возрастания (слева – направо), рассматриваются числа, содержащие цифру 1 и не содержащие этой цифры. Каких чисел больше и на сколько?

4. Найти площадь фигуры, координаты $(x; y)$ точек которой, удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} |x| + |y| \geq 1 \\ (|x| - 1)^2 + (|y| - 1)^2 \leq 1 \end{cases}$$

5. Решить в целых числах уравнение $x^2 - xy - 6y^2 + 2x + 19y = 18$.

6. Найти наименьшее значение функции $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 25} + \sqrt{x^2 - 4x + 13}$.

7. При каких значениях параметра a минимальное значение функции

$$f(x) = |7x - 3a + 8| + |5x + 4a - 6| + |x - a - 8| - 24$$

будет наименьшим.

8. Решить уравнение $\sqrt{15x^2 - 52x + 45} \cdot \left(3 - \sqrt{5x - 9} - \sqrt{3x - 5}\right) = 1$.